CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N°6 Seconde 11 et 12

EXERCICE 1: ***a)*** Les coordonnées du point G centre de gravité du triangle ABC vérifient $x_G = \frac{x_A+x_B+x_C}{3}$ et $y_G = \frac{y_A+y_B+y_C}{3}$ et on trouve G(1; 7/3) .

b) Le point G' est le symétrique de G par rapport au milieu I du segment [AC]. Le point I est donc le milieu de [GG']. Les coordonnées de I sont $x_I = \frac{x_A+x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_A+y_C}{2}$ et on trouve I(1;0). Les coordonnées du point G' vérifient: $x_I = \frac{x_G+x_{G'}}{2}$ et $y_I = \frac{y_G+y_{G'}}{2}$, soit $x_{G'} = 2x_I - x_G$ et $y_{G'} = 2y_I - y_G$ et on trouve G'(1; -7/3). Les coordonnées du milieu de [BG'] sont : $\frac{x_B+x_{G'}}{2} = 1$ et $\frac{y_B+y_{G'}}{2} = \frac{7-7/3}{2} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$ qui sont bien les coordonnées de G; donc G est le milieu de [BG'].

c) On peut écrire $4\,\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\vec{O}$ comme $4\,\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BM}-\overrightarrow{CM}$, soit $4\,\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{BM}+\overrightarrow{MC} = \overrightarrow{BC}$. Les coordonnées du point M vérifient $4(x_A-x_M)=x_C-x_B$ et $4(y_A-y_M)=y_C-y_B$; soit $4x_M=4x_A-x_C+x_B$ et $4y_M=4y_A-y_C+y_B$ et on trouve M(-4; ½) ; en fait M n'est pas le symétrique de G' par rapport à A !!!

EXERCICE 2 **:**

Soit ABCD un parallélogramme. Soit P et Q défini par $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$.

Méthode 1 : a) On ujtilise le théorème de Thalès dans les triangles QAP' et P'BC, où les droites (QA) et (BC) sont parallèles, donc $\frac{P'A}{P'B}=\frac{QA}{BC}=\frac{P'Q}{BC}$ d'où la relation demandé.

b) On sait que DA = BC car ABCD un parallélogramme et QA = ½ DA car $\overrightarrow{DQ}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}$, donc $\frac{QA}{BC}=\frac{1/2\ DA}{BC} = \frac{1}{2}$; ainsi $\frac{P'A}{P'B}=\frac{1}{2}$ et P'A = $\frac{1}{2}$ P'B.

Comme $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$, alors $\overrightarrow{PA}=\frac{1}{2}\overrightarrow{PB}$ et les points P et P' sont confondus; donc les points C, P et Q sont alignés.

Méthode 2 : utilisation du calcul vectoriel :

a) Par la relation de Chasles, on obtient $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{AQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$.

b) De même, $\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{BC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

c) On a donc $\overrightarrow{PC}=2\ \overrightarrow{PQ}$, donc les vecteurs $\overrightarrow{PC}$ et $\overrightarrow{PQ}$ sont colinéaires et les points P, Q et C sont alignés.

Méthode 3 : utilisation du repère (D, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$) :

(D, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$) est bien un repère du plan car les vecteurs $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{DA}$ ne sont pas colinéaires.
Les coordonnées des points de la figure dans le repère (D, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{DA}$):
D(0; 0) puisque D est l'origine du repère;
C(1; 0) puisque $\overrightarrow{DC}$ = 1 $\overrightarrow{DC}$ + 0 $\overrightarrow{DA}$;
A(0; 1) puisque $\overrightarrow{DA}$ = 0 $\overrightarrow{DC}$ + 1 $\overrightarrow{DA}$;
B(1; 1) puisque $\overrightarrow{DB}$ = 1 $\overrightarrow{DC}$ + 1 $\overrightarrow{DA}$;
P(1/3 ; 1) puisque $\overrightarrow{DP}$ = $\overrightarrow{DA}$ + $\overrightarrow{AP}$ = $\overrightarrow{DA}$ +1/3 $\overrightarrow{AB}$ = 1/3 $\overrightarrow{DC}$ + 1 $\overrightarrow{DA}$;
Q(0; 3/2) puisque $\overrightarrow{DQ}$ = 3/2 $\overrightarrow{DA}$ = 0 $\overrightarrow{DC}$ + 3/2 $\overrightarrow{DA}$.
Les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{QP}$ (1/3; ½) et $\overrightarrow{QC}$ (1; 3/2). On vérifie que 1/3 x 3/2 = ½ et 1 x ½ = ½, donc les coordonnées des vecteurs sont proportionnelles, donc les vecteurs sont colinéaires et les points P, Q et C sont alignés.

EXERCICE 3

1 : A; 2: C; 3: B; 4: A; 5: A.