

EXERCICE 1 :

A(4,5 ; -5,5) et B(2 ; 2)

(AB) : $y = -3x + 8$

$D_2 : y = \frac{-5}{3}x + \frac{16}{3}$

EXERCICE 2 :

1. (S₁) : $3 \times 10 = 30$ et $2 \times 15 = 30$ donc il y a une infinité de couples solutions ou aucun. De plus, les deux équations ne sont pas proportionnelles donc ce système n'a aucune solution.

(S₂) : $26 = 12$ et $4 \times (-3) = -12$ donc le système admet une unique solution.

(S₃) : $(-3) \times (-4) = 12$ et $2 \times 6 = 12$. On a de plus $\frac{-2}{3}(-3x + 6y) = 2x - 4y$ et $\frac{-2}{3} \times 15 = -10$ donc les deux équations du système sont proportionnelles : il y a donc une infinité de couples solutions.

2. a)
$$\begin{cases} x - 9y = 3 \\ x - 10y = -5 \end{cases} \text{ équivaut à}$$

$$\begin{cases} x = 9y + 3 \\ x - 10y = -5 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x = 9y + 3 \\ (9y + 3) - 10y = -5 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x = 9y + 3 \\ -y = -8 \end{cases} \text{ équivaut à}$$

$$\begin{cases} x = 9y + 3 \\ y = 8 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x = 9 \times 8 + 3 \\ y = 8 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x = 75 \\ y = 8 \end{cases} . \text{ Le couple solution de ce système est (}$$

75 ; 8).

Vérification : $75 - 9 \times 8 = 3$ et $75 - 10 \times 8 = -5$.

b) **Choix des inconnues :** notons x le nombre d'élèves et y le nombre de tables.

- **Mise en équation :** si on place 9 élèves par table, 3 élèves n'ont pas de place : $x = 9y + 3$;
 • si on place 10 élèves par table, il reste 5 places de libre à la dernière table : $x = 10y - 5$;

- **Résolution du système :**
$$\begin{cases} x = 9y + 3 \\ x = 10y - 5 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x - 9y = 3 \\ x - 10y = -5 \end{cases} \text{ qui a pour solution (75 ; 8).}$$

- **Interprétation :** il y a 75 élèves et 8 tables dans le réfectoire.

EXERCICE 3 :

1. Les points A(0 ; 1) et B(-1 ; 0) sont des points de la courbe représentative de la fonction affine g. On a donc $g(0) = 1$ et

$g(-1) = 0$. D'après la propriété caractéristique des fonctions affines : $g(x) = ax + b$ où $a = \frac{1 - 0}{0 + 1} = 1$ et $b = 1$

(ordonnée à l'origine).

D'où $g(x) = x + 1$.

2. $f(1 - \sqrt{3}) = -3(1 - \sqrt{3})^2 - 2(1 - \sqrt{3}) + 1 = -3(1 - 2\sqrt{3} + 3) - 2 + 2\sqrt{3} + 1 = -13 + 8\sqrt{3}$.

3. **Graphiquement :** $f(x) - g(x) \geq 0$ pour x appartenant à l'intervalle $[-1 ; 0]$.

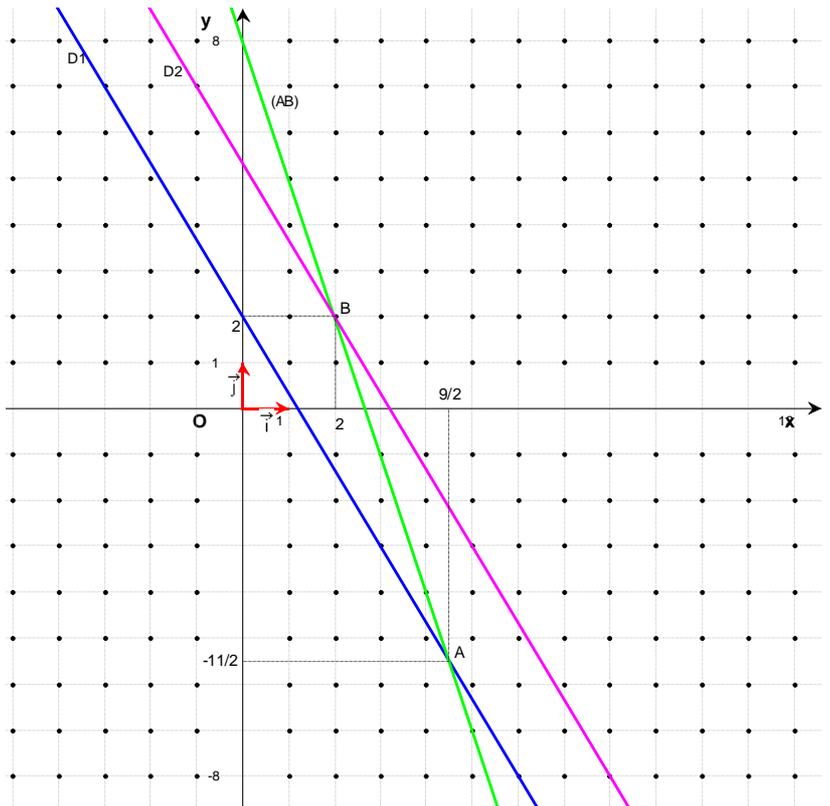
4. a) $h(x) = f(x) - g(x) = -3x^2 - 2x + 1 - (x + 1) = -3x^2 - 3x$, donc $h(x) = 3x(-x - 1)$

b) Effectuons un tableau de signes pour $f(x) = 3x(-x - 1)$:

Racines de chaque terme du produit : $3x = 0$ équivaut à $x = 0$ et $-x - 1 = 0$ équivaut à $x = -1$

Tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
---	-----------	----	---	-----------



Signe de x	-	-	0	+	
Signe de $-x - 1$	+	0	-	-	
Signe de h(x)	-	0	+	0	-

D'après le tableau des signes : $h(x) = f(x) - g(x) \geq 0$ pour x appartenant à $[-1 ; 0]$.

5. a) **Graphiquement** : $f(x) \leq 0$ pour x appartenant à l'intervalle $]-\infty ; -1] \cup [0,3 ; +\infty[$.

b) $(x - 1)^2 - 4x^2 = x^2 - 2x + 1 - 4x^2 = -3x^2 - 2x + 1$. **Donc $f(x) = (x - 1)^2 - 4x^2$.**

c) $f(x) = [(x - 1) - 2x][(x - 1) + 2x] = [-x - 1][3x - 1]$

Racines de chaque terme du produit : $3x - 1 = 0$ équivaut à $x = \frac{1}{3}$ et $-x - 1$ équivaut à $x = -1$

Tableau de signes :

x	$-\infty$	-1	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
Signe de $3x - 1$	-	-	0	+	
Signe de $-x - 1$	+	0	-	-	
Signe de f(x)	-	0	+	0	-

- D'après le tableau des signes : $f(x) \leq 0$ pour x appartenant à $]-\infty ; -1] \cup [\frac{1}{3} ; +\infty[$.