CORRECTION DEVOIR MAISON N° 1 SECONDE

EXERCICE 1 : a) On développe l'expression : $(a + b - c)(a + b + c) = a^2 + ab + ac + ba + b^2 + bc - ca - cb - c^2 = a^2 + 2ab + b^2 - c^2 = (a + b)^2 - c^2$.

b) En utilisant l'égalité précédente, on obtient $(\sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = (\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 = 2 + 2\sqrt{2}\sqrt{3} + 3 - 5 = 2\sqrt{6}$.

EXERCICE 2 : Soit $m = 3$ et $n = 2$.

a) $a = m^2 + n^2 = 3^2 + 2^2 = 13$, $b = m^2 - n^2 = 3^2 - 2^2 = 5$, $c = 2mn = 232 = 12$.

c) le triangle de côtés a, b, c vérifie $b^2 + c^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169 = 13^2 = a^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ce triangle est rectangle.

d) Pour tous entiers m et n, on a $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2 n^2 + n^4 + 4m^2 n^2 = m^4 + 2m^2 n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2$. Ce qui signifie que $a^2 = b^2 + c^2$; donc pour tous entiers m et n, le triangle de côtés a, b et c est rectangle.

e) Les dimensions de deux autres triangles rectangles à côtés entiers : il suffit de prendre des valeurs pour m et n (dans le tableau ci-contre) :

m	n	a	b	c
4	5	41	9	40
2	7	53	45	28

EXERCICE 3 : La relation utile dans ces questions est $d = vt$ où d est la distance parcourue, v la vitesse et t le temps mis pour parcourir cette distance.

a) La distance Terre-Soleil est d'environ 150 millions de kilomètres. La vitesse de la lumière dans le vide est de 3×10^5 km/s, donc le temps mis par la lumière pour parcourir la distance Terre-Soleil est égale à $d/v = \dfrac{150 \times 10^6}{3 \times 10^5} = 50 \times 10 =$ 500 secondes soit 8 minutes et 20 secondes.

b) Il y a 3600 secondes dans 1 heure, 24 heures dans 1 jour et 365 jours dans l'année. Donc la distance appelée année-lumière est égale à $3600 \times 24 \times 365 \times 3 \times 10^5 = 9{,}4608 \times 10^{12}$ kilomètres.

c) La distance Terre - Proxima du Centaure est 4,3 années-lumière = $4{,}3 \times 9{,}4608 \times 10^{12} \approx 4{,}068 \times 10^{13}$ km. Durée du voyage à une vitesse de 10000 km/s : $d/v = 4{,}068 \times 10^{13} / 10^4 = 4{,}068 \times 10^9$ secondes, soit $1{,}13 \times 10^6$ heures, soit 47083 jours, soit environ 129 années !

d) Lancée le 20 août 1977, la sonde Voyager II arriva à proximité de la planète Neptune situé à 4,5 milliards de km, le 24 août 1989. La durée du voyage est de 12 ans et 4 jours, soit $(12 \times 365 + 3 + 4) \times 24 \times 3600 \approx 3{,}79 \times 10^8$ secondes. La vitesse moyenne de cette sonde dans son voyage Terre-Neptune = $d/t = 4{,}5 \times 10^9 / 3{,}79 \times 10^8 \approx 11{,}9$ km/s.

Les signaux émis par la sonde ont mis $4{,}5 \times 10^9 / 3 \times 10^5 = 1{,}5 \times 10^4$ secondes pour parvenir aux antennes de réception situées sur terre, soit 4 heures et 10 minutes.

EXERCICE 4 : a) Décomposition des nombres 1176 et 2160 en produit de facteurs premiers:

1176	2	2160	2
588	2	1080	2
294	2	540	2
147	3	270	2
49	7	135	3
7	7	45	3
1		15	3
		5	5
		1	

$1176 = 2^3 \times 3 \times 7^2$; $2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5$.

b) La décomposition en produit de facteurs premiers d'un carré d'entier donne des exposants pairs sur les facteurs; il faut donc multiplier 1176 par $2 \times 3 = 6$ pour obtenir le carré d'un entier . Cet entier est $1176 \times 6 = 7056$ qui est le carré de 84.

c) Le PGCD des nombres 1176 et 2160 est $2^3 \times 3 = 24$.

Ainsi $\dfrac{1176}{2160} = \dfrac{24 \times 49}{24 \times 90} = \dfrac{49}{90}$.

d) $\dfrac{1176}{2160} + \dfrac{392}{90} = \dfrac{49}{90} + \dfrac{392}{90} = \dfrac{441}{90} = \dfrac{49 \times 9}{9 \times 10} = \dfrac{49}{10} = 4{,}9$.