

EXERCICE 1

- a) Comparer les fractions $A = \frac{2}{3}$ et $B = \frac{5}{4}$. Montrer que la fraction $C = \frac{2+5}{3+4}$ est comprise entre A et B.
- b) *Cas général* : Montrer que, pour tous nombres réels strictement positifs a, b, c, d , si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, alors $\frac{a+c}{b+d}$ est comprise entre les deux précédentes.
- c) Cette propriété permet d'intercaler une fraction entre deux autres. Utiliser cette propriété pour intercaler trois fractions entre $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{3}$.

EXERCICE 2

- a) Choisir deux nombres entiers strictement positifs. Vérifier, en écrivant les calculs, que le quotient de leur produit par leur somme est inférieur au quart de leur somme.
- b) Démontrer que, si a et b sont des réels strictement positifs, alors $\frac{ab}{a+b} \leq \frac{a+b}{4}$. Dans quel cas a-t-on l'égalité ?

EXERCICE 3

- a) La pyramide de Khéops est une pyramide régulière à base carrée de 230 m de côté à 1 m près, c'est-à-dire que ce côté c vérifie $229 < c < 231$. La hauteur de cette pyramide est 137 m à 1 m près. Donner un encadrement de son volume.
- b) Avec les matériaux qui rempliraient cette pyramide, on construirait un mur de 30 cm de large et de 1 m de hauteur. Donner un encadrement de la longueur de ce mur.
- c) Bonaparte prétendait que l'on pourrait entourer la France avec ce mur. Est-ce vrai ?
Pour les calculs, on approchera le périmètre de la France par celui d'un hexagone régulier inscrit dans un cercle de 1000 km de diamètre.