

EXERCICE 1 : QCM

A un examen, le candidat a un questionnaire à choix multiples (QCM) comportant 8 questions. Pour chaque question, il y a 3 réponses possibles dont une seule est correcte.

Le candidat envisage de répondre au hasard en ne cochant qu'une seule case à chaque question.

- Combien y a-t-il de façons de remplir le questionnaire ?
- Quelle est la probabilité que le candidat n'obtienne qu'une seule faute ?
- Quelle est la probabilité que le candidat n'obtienne aucune bonne réponse ?
- Quelle est la probabilité que le candidat obtienne au moins une bonne réponse ?

EXERCICE 2 : Parc informatique

Une entreprise dispose d'un parc de 60 ordinateurs neufs ; la probabilité que l'un d'entre eux tombe en panne sur une période d'une année est de 0,1 (période de garantie) ; la panne de l'un des ordinateurs n'affecte pas les autres machines du parc.

- Quelle est la probabilité que 40 appareils tombent en panne durant l'année ?
- Quelle est la probabilité que 60 appareils tombent en panne durant l'année ?
- Quelle est la probabilité que moins de 40 appareils tombent en panne durant l'année ?
- Quelle est l'espérance de panne sur une année ?

EXERCICE 3 : Les gauchers

Sous l'hypothèse que 2 % des êtres humains sont gauchers, calculer la probabilité que parmi 100 personnes, 3 au plus soient gauchères.

EXERCICE 4 : Contrôle de fabrication

On effectue un contrôle de fabrication sur des pièces dont une proportion $p = 0,02$ est défectueuse. Le défaut sur une pièce intervient de manière indépendante des autres pièces.

- On contrôle un lot de 10 pièces ; Soit X la variable aléatoire : « nombre de pièces défectueuses parmi 10 ». Quelle est la loi de X ? quelle est son espérance mathématique, quel est son écart-type ?
- Calculer la probabilité pour que X soit comprise entre 18 et 22.
- Déterminer l'espérance de X , sa variance et son écart-type.

EXERCICE 5 : Lancers de dé

On appelle "expérience" le fait de jeter 15 fois un dé cubique parfaitement équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On s'intéresse au nombre d'obtentions de la face n°6.

- Déterminer la probabilité d'obtenir 3 fois la face n°6.
- Créer un algorithme permettant de simuler cette expérience.
- Modifier l'algorithme précédent pour répéter 1 000 fois l'expérience et vérifier le résultat de la question 1.

EXERCICE 6 : Tirage d'une urne

Une urne contient 2 boules rouges et 3 boules blanches. On tire 4 boules au hasard en remettant à chaque fois la boule dans l'urne.

Calculer la probabilité des événements suivants :

- A : « On obtient 2 boules rouges » ;
B : « On obtient 5 boules rouges » ;
C : « On obtient au moins deux boules rouges ».

EXERCICE 7

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale telle que son espérance mathématique $E(X) = 15$ et son écart-type

$$\sigma(X) = \frac{\sqrt{15}}{2} .$$

- Déterminer les paramètres de la loi de X .
- En déduire la probabilité que X soit égale à 1 et la probabilité que X soit supérieure ou égale à 10.

EXERCICE 8

Une variable aléatoire X suit une loi binomiale telle que $p(X = 4) = \binom{13}{4} 0,3^4 \times 0,7^9$.

1. Déterminer les paramètres de la loi de X .
2. Déterminer la probabilité que X soit égale à 8.

EXERCICE 9

Pour la recherche d'un emploi, une personne envoie sa candidature à 25 entreprises.

La probabilité qu'une entreprise lui réponde est de 0,2 et on suppose que ces réponses sont indépendantes.

Quelle est la probabilité, arrondie au centième, que la personne reçoive au moins 5 réponses ?

EXERCICE 10

Tous les résultats seront arrondis à 0,01 près.

Une entreprise produit en grande quantité des stylos.

La probabilité qu'un stylo présente un défaut est égale à 0,1.

1) On prélève dans cette production, successivement et avec remise huit stylos.

On note X la variable aléatoire qui compte le nombre de stylos présentant un défaut parmi les huit stylos prélevés.

1) Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Donner les paramètres de cette loi.

2) Calculer les probabilités des événements suivants, à l'aide de la calculatrice :

A : « il n'y a aucun stylo avec un défaut » ;

B : « il y a au moins un stylo avec un défaut » ;

C : « il y a exactement deux stylos avec un défaut » ;

D : « il y a moins de deux stylos avec un défaut ».

EXERCICE 11

Un élève se rend à vélo au lycée distant de 3 km de son domicile à une vitesse supposée constante de 15km/h.

Sur le parcours, il rencontre 6 feux tricolores non synchronisés.

Pour chaque feu, la probabilité qu'il soit au vert est $\frac{2}{3}$. Un feu rouge ou orange lui fait perdre une minute et

demie. On appelle X la variable aléatoire correspondant au nombre de feux verts rencontrés par l'élève sur son parcours et T la variable aléatoire égale au temps en minute mis par l'élève pour aller au lycée.

1) Déterminer la loi de probabilité de X .

2) Exprimer T en fonction de X .

3) Déterminer $E(T)$ et interpréter ce résultat.

4) L'élève part 17 minutes avant le début des cours.

a) Peut-il espérer être à l'heure ?

b) Calculer la probabilité qu'il soit en retard.

EXERCICE 12

Une classe compte 30 élèves dont 20 filles. A chaque cours de mathématiques, le professeur interroge au hasard un élève de la classe, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés.

On considère un entier positif ou nul n et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de n jours consécutifs.

1. Quelle est la loi de X ?

2. a) Quelle est la probabilité que sur 10 jours consécutifs, soient interrogées 4 filles exactement ?

b) au moins 4 filles ?

3. Déterminer l'espérance de X , sa variance et son écart-type.

4. Quel doit être le nombre minimal de cours consécutifs pour que la probabilité qu'aucune fille ne soit interrogée soit inférieure à 0,001 ?