EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin^2(x) + 2\sin(x) - 1$.

1. Déterminer la fonction dérivée de f.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. En déduire les extremums de la fonction f.
4. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0 ; 2\pi]$.
5. Déterminer les équations des tangentes à la courbe représentative de f au points A et B d'abscisses respectives 0 et π.

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{-1}{2}\cos(2x) - \sin(x) + 1$.

1. Montrer que pour tout réel x, $f'(x) = \cos(x)(2\sin(x) - 1)$.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. En déduire les extremums de la fonction f.
4. En déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur $[0 ; 2\pi]$.
5. Déterminer les équations des tangentes à la courbe représentative de f au points A et B d'abscisses respectives 0 et π.

EXERCICE 3

L'équation $x - \cos(x) = 0$ admet-elle une unique solution dans l'intervalle $[0; \dfrac{\pi}{2}]$?

EXERCICE 4

La fonction tangente est définie sur l'intervalle $]\dfrac{-\pi}{2} ; \dfrac{\pi}{2}[$ par $\tan(x) = \dfrac{\sin(x)}{\cos(x)}$.

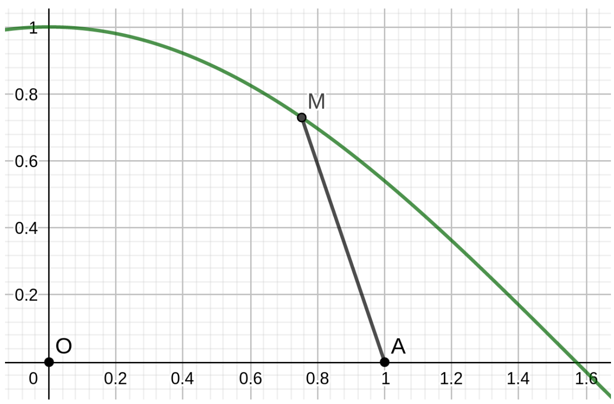
2. Montrer que la fonction tan est strictement croissante sur l'intervalle $]\dfrac{-\pi}{2} ; \dfrac{\pi}{2}[$.
3. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe représentative de tan au point A d'abscisse 0.
4. Montrer que cette tangente traverse la courbe.

EXERCICE 5

On considère la fonction f définie sur $[0 ; \dfrac{\pi}{2}]$ par $f(x) = \cos(x)$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan. On note A le point de coordonnées (1 ; 0) et pour x $[0 ; \dfrac{\pi}{2}]$, on note M le point d'abscisse x de (C). Le but de l'exercice est de trouver la position du point M pour que la distance AM soit minimale.

On note $g(x) = AM^2$.

1. Montrer que $g'(x) = 2x - 2 - \sin(2x)$.
2. En déterminant la fonction dérivée de g', notée g'', montrer que la fonction g' est croissante sur $[0 ; \dfrac{\pi}{2}]$.
3. En déduire que l'équation $g'(x) = 0$ admet une unique solution dont on donnera un encadrement à 10^{-2} près.
4. En déduire le signe de $g'(x)$.
5. En déduire la solution du problème.



EXERCICE 6

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sin(2x + \dfrac{\pi}{3})$.

1. Montrer que la fonction f est π-périodique.
2. Étudier les variations de f sur $[0 ; \pi]$.
3. Dresser le tableau de variations de la fonction f.

EXERCICE 7

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x} \sin x$.

1. Soit f' la fonction dérivée de f. Montrer que $f'(x) = \sqrt{2}\, e^{-x} \cos(x + \frac{\pi}{4})$.
2. En déduire les variations de f sur $[0 ; 2\pi]$.
3. La fonction f est-elle positive sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$?
4. Soit F la fonction définie, pour tout réel x, par $F(x) = e^{-x} \left(\frac{\sin(x) - \cos(x)}{2} \right)$.

Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f.

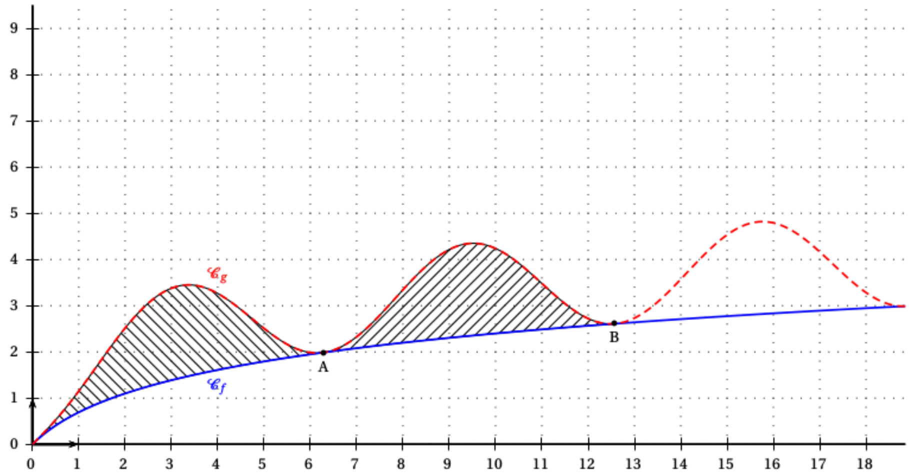
EXERCICE 8

On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0 ; 16]$ par $f(x) = \ln(x+1)$ et $g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x)$.

Dans un repère du plan $(O ; \vec{u}, \vec{v})$, on note C_f et C_g les courbes représentatives des fonctions f et g.

Ces courbes sont données ci-contre.

Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.



EXERCICE 9

annale bac Antilles – Guyane juin 2018 exercice 3 :

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/S_Antilles_Guyane_19_juin_2018.pdf

le corrigé : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_Antilles_GS2018_Tolleron.pdf

EXERCICE 10

annale bac Polynésie juin 2018 exercice 2 :

https://www.apmep.fr/IMG/pdf/S_Polynesie_20_juin_2018_DV.pdf

le corrigé : https://www.apmep.fr/IMG/pdf/Corrige_S_Polynesie_20_juin_2018_FH.pdf