EXERCICE 1 (7 points)

On considère les matrices A = $\begin{pmatrix} 5 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, B = $\begin{pmatrix} 7 & -4 & 3 \\ -2 & 10 & 5 \\ -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la matrice C = 6A – 3B.
2. Trouver la matrice X vérifiant 2X + A = B.
3. Déterminer la matrice D = A×B et la matrice E = B×A.

EXERCICE 2 (4 points)

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail. Le tableau 1 indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches et le tableau 2 indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 1	Poste 1	Poste 2	Poste 3
Modèle 1	8h	10h	14h
Modèle 2	6h	6h	10h
Modèle 3	12h	10h	18h

Tableau 2	
Poste 1	25€/h
Poste 2	20€/h
Poste 3	15€/h

1. Soient H et C les matrices suivantes :

H = $\begin{pmatrix} 8 & 10 & 14 \\ 6 & 6 & 10 \\ 12 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et C = $\begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.

a) Donner la matrice produit P = H×C en détaillant les calculs du coefficient $p_{1,1}$.

b) Que représentent les coefficients de la matrice P ?

2. Après une étude de marché, le fabriquant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :

Modèle 1 : 574 € ; Modèle 2 : 396 € ; Modèle 3 : 726 €.

Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés a, b et c, permettant d'obtenir ces prix de revient.

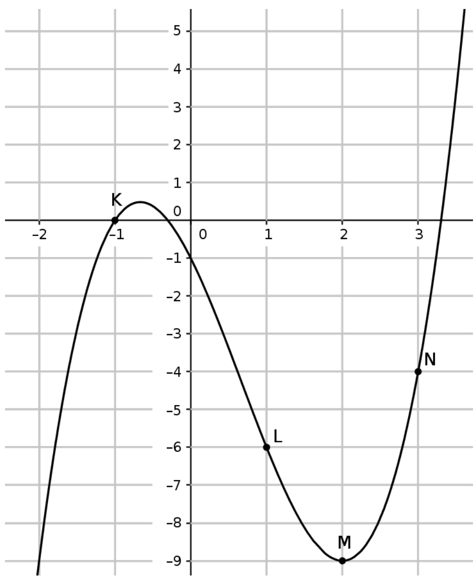
a) Montrer que les réels a, b et c doivent être solutions du système H× $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 574 \\ 396 \\ 726 \end{pmatrix}$

b) Déterminer les réels a, b et c.

EXERCICE 3 (6 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où a, b, c et d sont des nombres réels.

La courbe passe par les points K(– 1 ; 0), L(1 ; – 6), M(2 ; – 9) et N(3 ; – 4).



1. Montrer que les réels a, b, c et d sont solutions du système :

$$\begin{cases} -a+b-c+d=0 \\ a+b+c+d=-6 \\ 8a+4b+2c+d=-9 \\ 27a+9b+3c+d=-4 \end{cases}.$$

2. On pose A = $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$.

Écrire le système précédent sous la forme A×X = B où A et B sont des matrices à préciser.

3. Résoudre ce système et donner la fonction solution.

EXERCICE 1 (7 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -7 & 4 & 3 \\ -2 & 10 & 5 \\ 2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la matrice C = 6A – 3B.
2. Trouver la matrice X vérifiant 2X + A = B.
3. Déterminer la matrice D = A×B et la matrice E = B×A.

EXERCICE 2 (4 points)

Un constructeur de planches de surf fabrique 3 modèles. La conception de chaque modèle nécessite le passage par 3 postes de travail. Le tableau 1 indique le nombre d'heures nécessaires par modèle et par poste pour réaliser les planches et le tableau 2 indique le coût horaire par poste de travail.

Tableau 1	Poste 1	Poste 2	Poste 3
Modèle 1	8h	10h	13h
Modèle 2	6h	7h	10h
Modèle 3	11h	10h	18h

Tableau 2	
Poste 1	25€/h
Poste 2	20€/h
Poste 3	15€/h

1. Soient H et C les matrices suivantes :

$H = \begin{pmatrix} 8 & 10 & 13 \\ 6 & 7 & 10 \\ 11 & 10 & 18 \end{pmatrix}$ et $C = \begin{pmatrix} 25 \\ 20 \\ 15 \end{pmatrix}$.

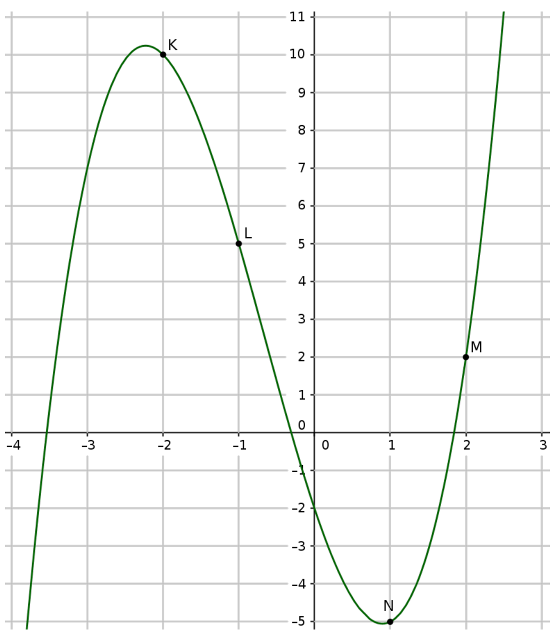
a) Donner la matrice produit P = H×C en détaillant les calculs du coefficient $p_{1,1}$.
b) Que représentent les coefficients de la matrice P ?
2. Après une étude de marché, le fabriquant souhaite que les prix de revient par modèle soient les suivants :
Modèle 1 : 566 € ; Modèle 2 : 419 € ; Modèle 3 : 709 €.
Il cherche à déterminer les nouveaux coûts horaires par poste, notés *a*, *b* et *c*, permettant d'obtenir ces prix de revient.

a) Montrer que les réels *a*, *b* et *c* doivent être solutions du système $H\times\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 566 \\ 419 \\ 709 \end{pmatrix}$

b) Déterminer les réels *a*, *b* et *c*.

EXERCICE 3 (6 points)

La courbe ci-contre est la représentation graphique de la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ où *a*, *b*, *c* et *d* sont des nombres réels.
La courbe passe par les points K(– 2 ; 10), L(– 1 ; 5), M(2 ; 2) et N(1 ; – 5).



1. Montrer que les réels *a*, *b*, *c* et *d* sont solutions du système :

$$\begin{cases} -a+b-c+d=5 \\ a+b+c+d=-5 \\ -8a+4b-2c+d=10 \\ 8a+4b+2c+d=2 \end{cases}.$$

2. On pose $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$.

Écrire le système précédent sous la forme A×X = B où A et B sont des matrices à préciser.

3. Résoudre ce système et donner la fonction solution.