CORRECTION EXERCICES TES spé LES MATRICES (2)

EXERCICE 5 : On considère les matrices C = $\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ et D = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, où a et b sont des réels.

1. C×D = $\begin{pmatrix} a-b & b & 0 \\ -a+b & a+b & b \\ a & a & a \end{pmatrix}$, D×C = $\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ -a & a-b & b \\ a & a+b & a+b \end{pmatrix}$. 2. D^2 = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. 3. C^2 = $\begin{pmatrix} a^2 & 2ab & b^2 \\ 0 & a^2 & 2ab \\ 0 & 0 & a^2 \end{pmatrix}$

4. Pour que C soit la matrice identité d'ordre 3 qui est la matrice I_3 = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, il faut que $a = 1$ et $b = 0$.

EXERCICE 6 : Parmi les 7000 habitants du quartier nord d'une ville, 30 % prennent régulièrement le bus ou le tram, 40 % se déplacent en voiture et les autres se déplacent à pied ou à vélo.
Parmi les 9000 habitants du quartier sud de la même ville, 55 % prennent régulièrement le bus ou le tram, 30 % se déplacent en voiture et les autres se déplacent à pied ou à vélo. La matrice ligne A = (7000 9000).
1. La matrice P de dimensions 2×3 qui permet par le calcul de A×P de déterminer le nombre d'habitants de la ville qui prennent régulièrement le bus ou le tram, qui se déplacent en voiture et qui se déplacent à pied ou à vélo :
$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,3 \\ 0,55 & 0,3 & 0,15 \end{pmatrix}$.
2. A×P = $\begin{pmatrix} 7050 & 5500 & 3450 \end{pmatrix}$; donc 7050 habitants de la ville prennent régulièrement le bus ou le tram, 55000 se déplacent en voiture et 3450 se déplacent à pied ou à vélo.

EXERCICE 7 : 1. S = A + B = $\begin{pmatrix} 230 & 220 \\ 150 & 100 \\ 180 & 160 \end{pmatrix}$ qui donne le nombre d'entrées par film (en ligne) et par chaîne de salles de cinéma (en colonne).
2. La matrice C donnant le nombre d'entrées pour chaque film et chaque chaîne de salles de cinéma est égale à
1,15A + 1,1B = $\begin{pmatrix} 138 & 115 \\ 92 & 69 \\ 115 & 92 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 121 & 132 \\ 77 & 44 \\ 88 & 88 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 259 & 247 \\ 169 & 113 \\ 203 & 180 \end{pmatrix}$.
4. La matrice colonne D telle que C×D donne le nombre d'entrées au total pour chaque film est
D = $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et C×D = $\begin{pmatrix} 506 \\ 282 \\ 383 \end{pmatrix}$.
5. La matrice ligne E telle que E×C donne le nombre d'entrées au total pour chaque chaîne est E = (1 1 1) et E×C = (631 540).

EXERCICE 8 : 1. M = $\begin{pmatrix} 0,7 & 0,5 & 0,8 \\ 0,3 & 0,5 & 0,2 \end{pmatrix}$; 2. a) A = $\begin{pmatrix} 25 \\ 40 \\ 35 \end{pmatrix}$; b) M×A = $\begin{pmatrix} 65,5 & 34,5 \end{pmatrix}$.

c) $\begin{pmatrix} 150 \\ 100 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 65,5 \\ 34,5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 84,5 \\ 65,5 \end{pmatrix}$.

EXERCICE 9 : P = A×B = $\begin{pmatrix} 11 \\ 15 \end{pmatrix}$ et ses termes sont les revenus annuels moyens des pays P_1 et P_2.

2. On obtient les revenus par pays et par catégories au bout d'un an par 1,03×A = $\begin{pmatrix} 3,09 & 8,24 & 22,66 \\ 5,15 & 15,45 & 25,75 \end{pmatrix}$.

3. Les revenus par pays et par catégories au bout de deux ans est $1,03^2$×A = $\begin{pmatrix} 3,18 & 8,49 & 23,34 \\ 5,30 & 15,91 & 26,52 \end{pmatrix}$.