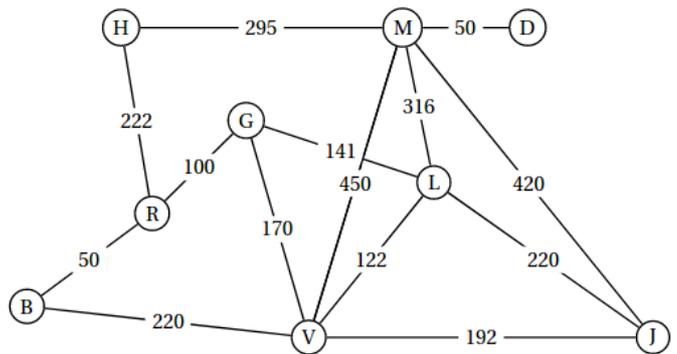


EXERCICE 1 : Sarah, une jeune étudiante en géologie, souhaite partir en voyage en Islande avec des amis. Elle a loué une voiture tout terrain pour pouvoir visiter les lieux remarquables qu'elle a sélectionnés. Sarah a construit le graphe ci-dessous dont les sommets représentent les lieux à visiter et les arêtes représentent les routes ou pistes :

1. Dans cette question, chaque réponse sera justifiée.
 - a) L'ordre du graphe est le nombre de sommets = 9.
 - b) Le graphe est connexe car il existe une chaîne entre deux sommets quelconques.
 - c) Le graphe n'est pas complet, car il n'y a pas d'arête entre les sommets B et H.
2. Sarah désire emprunter toutes les routes une et une seule fois. On réalise le tableau des degrés :

Sommets	B	H	M	D	J	R	G	L	V
Degrés	2	2	5	1	3	3	3	4	5



Sarah ne peut pas emprunter toutes les routes une et une seule fois, car il n'existe pas de chaîne eulérienne, puisque le nombre de sommets de degré impair est égal à 6 (différent de 0 et 2).

3. On appelle M la matrice associée au graphe précédent sachant que les sommets sont placés dans l'ordre alphabétique. On donne ci-dessous une partie de la matrice M ainsi que la matrice M⁴:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) Il manque certains coefficients de la matrice M. La partie manquante de cette matrice :
- b) Le nombre de chemins de longueur 4 permettant d'aller de B à D est le terme $a_{12} = 3$ de la matrice M⁴.

4. L'algorithme de Dijkstra pour déterminer la distance minimale permettant d'aller du sommet B (Lagon bleu) au sommet D (Chute d'eau de Dettifoss) : 617 km ;
Le trajet à emprunter : B – R – H – M – D.

	B	H	M	D	J	R	G	L	V
B	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
H	x	∞	∞	∞	∞	50,B	∞	∞	220,B
M	x	272,R	∞	∞	∞	x	150,R	∞	220,B
D	x	272,R	∞	∞	∞	x	x	291,G	220,B
J	x	272,R	670,V	∞	412,V	x	x	291,G	x
R	x	x	567,H	∞	412,V	x	x	291,G	x
G	x	x	567,H	∞	412,V	x	x	x	x
L	x	x	567,H	∞	x	x	x	x	x
V	x	x	x	617,M	x	x	x	x	x

EXERCICE 2 : Un opérateur français doit développer son réseau de fibre optique dans la région des stations de ski notées A, B, C, D, E, F, G, H, I à l'approche de la saison touristique. À ce jour, seule la station C est reliée au réseau national de fibre optique.

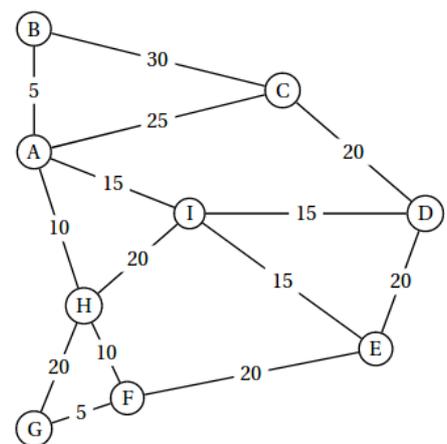
Le coût des tronçons du réseau de fibre optique varie selon le relief des montagnes et des vallées. L'opérateur a mené une étude afin de déterminer son plan de déploiement.

Dans le graphe ci-dessous :

- les sommets représentent les stations de ski;
- les arêtes représentent les différents tronçons qu'il est possible de déployer;
- le poids de chaque arête correspond au coût associé, en milliers d'euros.

1. L'algorithme de Dijkstra, pour déterminer le tracé de fibre optique le moins cher à déployer, entre les stations C et G : C – A – H – F – G.

C	A	B	D	I	E	H	F	G
0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
x	25,C	30,C	20,C	∞	∞	∞	∞	∞
x	25,C	30,C	x	35,D	40,D	∞	∞	∞
x	x	30,C	x	35,D	40,D	35,A	∞	∞
x	x	x	x	35,D	40,D	35,A	∞	∞
x	x	x	x	35,D	40,D	x	45,H	55,H
x	x	x	x	x	40,D	x	45,H	55,H
x	x	x	x	x	x	x	45,H	55,H
x	x	x	x	x	x	x	x	50,F



2. Le coût de ce tracé est de 50 milliers d'euros.