NOM : ……………………………………..……… PRÉNOM : ………………….…………..…………………..
DEVOIR MAISON N ° 1 TERMINALE S *Septembre 2017*

Partie A

On considère l'algorithme suivant :

Variables :
k et p sont des entiers naturels
u est un réel
Entrée :
Demander la valeur de p
Traitement :
Affecter à u la valeur 5
Pour k variant de 1 à p
Affecter à u la valeur $0{,}5u + 0{,}5(k-1) - 1{,}5$
Fin de Pour
Sortie :
Afficher u

1. Faire fonctionner l'algorithme pour $p = 2$ en indiquant les valeurs des variables à chaque étape.
Quel nombre obtient-on en sortie ?

Partie B

Soit la suite numérique (u_n) définie sur l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ par $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n,
$u_{n+1} = 0{,}5u_n + 0{,}5n - 1{,}5$.

1. a) Modifier l'algorithme pour obtenir en sortie toutes les valeurs de u_n pour n variant de 1 à p.

b) Compléter alors le tableau des valeurs de la suite (u_n) approchées à 10^{-2} près :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	5								

c) D'après ce tableau, énoncer une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n).

2. a) Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 3, $u_{n+1} > u_n$.
b) Que peut-on en déduire quand au sens de variations de la suite (u_n) ?

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = 0{,}1u_n - 0{,}1n + 0{,}5$.
a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,5. On précisera le premier terme de la suite (v_n).
b) En déduire, que pour tout entier naturel n, $u_n = 10\times 0{,}5^n + n - 5$.
c) Déterminer la limite de la suite (u_n).
4. Utiliser l'algorithme précédent pour déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n > 100$.