Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).
Soit λ un nombre complexe non nul et différent de 1.
On définit, pour tout entier naturel n, la suite (z_n) de nombres complexes par : $z_0 = 0$ et $z_{n+1} = \lambda z_n + \mathrm{i}$.
On note M_n l'image de z_n.

1. Calculer z_1 , z_2 , z_3 en fonction de λ.

2. Démontrer que pour tout entier naturel n, $z_n = \dfrac{\lambda^n - 1}{\lambda - 1}\,\mathrm{i}$.

3. Étude du cas $\lambda = \mathrm{i}$.

a) Calculer z_4 .
b) Pour tout entier naturel n, exprimer z_{n+4} en fonction de z_n .
c) Représenter les points M_0, M_1, M_2, M_3, M_4 dans le repère (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).

4. Étude du cas $\lambda = 1 + \mathrm{i}$.

Représenter les points M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 dans le repère (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).

5. Étude du cas $\lambda = \dfrac{2}{3}(1 + \mathrm{i})$.

a) Représenter les points M_0, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 dans le repère (O ; $\vec{u}$, $\vec{v}$).
b) A l'aide d'un algorithme, déterminer un entier n tel que $z_n = -1 + \mathrm{i}$.
c) On admet que la suite (z_n) converge dans ce cas. Déterminer la forme algébrique de sa limite.