

EXERCICE 1 :

1. a) On considère les nombres complexes z_n définis pour tout entier $n > 0$ par la donnée de z_0 , où z_0 est différent de 0 et de 1, et la relation de récurrence : $z_{n+1} = 1 - \frac{1}{z_n}$.

1. a) Dans cette question, on suppose que $z_0 = 2$. Déterminer les nombres z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 et z_6 .

b) Dans cette question, on suppose que $z_0 = i$.

Déterminer la forme algébrique des nombres complexes z_1, z_2, z_3, z_4, z_5 et z_6 .

c) Dans cette question on revient au cas général où z_0 est un complexe donné. Que peut-on conjecturer pour les valeurs prises par z_{3n} selon les valeurs de l'entier naturel n ? Prouver cette conjecture.

2. Déterminer z_{2018} dans le cas où $z_0 = 1 + i$.

3. Existe-t-il des valeurs de z_0 tel que $z_0 = z_1$? Que peut-on dire de la suite (z_n) dans ce cas ?

EXERCICE 2 :

On munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère les points A et G d'affixes respectives $3i$ et $2 + i$.

On veut déterminer les affixes des points B et C tels que ABC est un triangle équilatéral de sens direct et de centre de gravité G.

1. a) Démontrer que $\frac{z_A - z_G}{z_B - z_G} = e^{i\frac{2\pi}{3}}$.

b) En déduire z_B .

2. Par une méthode analogue, déterminer z_C .

3. Déterminer l'affixe du milieu I de [BC].

4. Placer les points A, I et G dans le plan et expliquer une méthode de construction des points B et C.

5. Placer les points B et C. On laissera les traits de construction