

**EXERCICE 1** ( 6 points )

On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$ .

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition.
3. Préciser s'il existe des asymptotes à la courbe représentative de  $f$ .
4. Étudier les variations de cette fonction.
5. Donner le tableau de variation complet de  $f$ .

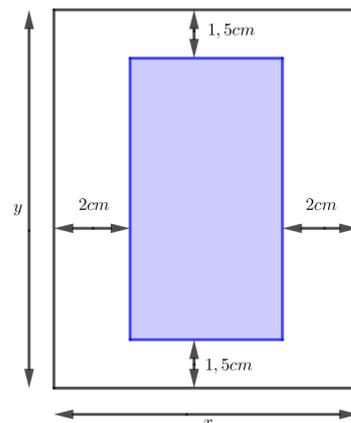
**EXERCICE 2** ( 7 points )

Un éditeur doit produire un livre avec les contraintes suivantes :

Sur chaque page, le texte est imprimé dans un rectangle de 300 cm<sup>2</sup> ;

Les marges doivent faire 1,5 cm sur les bords horizontaux et 2 cm sur les bords verticaux (voir figure ci-contre).

Problème : Quelles doivent être les dimensions d'une page pour que la consommation de papier soit minimale ?



1. Montrer que l'aire d'une page est égale à  $f(x) = \frac{300x}{x-4} + 3x$ .

2. Montrer que l'ensemble de définition de  $f$  est  $]4 ; +\infty[$ .
3. Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition.
4. Préciser s'il existe des asymptotes à la courbe représentative de  $f$ .
5. Étudier les variations de cette fonction sur son ensemble de définition.
6. Donner le tableau de variation complet de  $f$ .
7. Résoudre alors le problème posé.

**EXERCICE 3** ( 3 points )

On considère la fonction  $f$  dont le tableau de variations est donné ci-contre.

$x$	$-\infty$	1	4	$+\infty$				
$f'(x)$	+		-	0	+			
$f(x)$	5	$+\infty$		$+\infty$		2		5

1. Déterminer son ensemble de définition.
2. Préciser si la courbe représentative de la fonction  $f$  admet des asymptotes et donner alors leur équation.
3. a) Déterminer si l'équation  $f(x) = 3$  admet des solutions.  
b) Préciser le nombre de solutions de  $f(x) = 3$ .

**EXERCICE 4** ( 4 points )

Chacune des affirmations suivantes est-elle vraie ou fausse ? Justifier la réponse.

La fonction  $f$  est définie sur  $]0 ; +\infty[$ .

- a) Si pour tout réel  $x \geq 0$ ,  $0 \leq f(x) \leq \sqrt{x}$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ .
- b) Si  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- c) Si pour tout réel  $x \geq 0$ ,  $f(x) \geq \sqrt{x}$ , alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ .
- d) Si  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x) = 0$ , alors  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x)}{x} = 1$ .