

Soient (u_n) et (v_n) les suites définies pour tout entier naturel n par :

$$u_0 = 9, u_{n+1} = 0,5u_n - 3 \text{ et } v_n = u_n + 6.$$

1. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique à termes positifs (préciser sa raison et son premier terme).

2. Calculer la somme $S_n = \sum_{k=0}^{k=n} v_k$ en fonction de n ;

3. En déduire la somme $T_n = \sum_{k=0}^{k=n} u_k$ en fonction de n .

4. Déterminer les limites de S_n et de T_n lorsque $n \rightarrow +\infty$.

5. Recopier et compléter l'algorithme ci-contre permettant de calculer S_{20} :
Donner la valeur de S_{20} .

6. Donner un algorithme permettant de calculer T_n pour un entier n fourni par l'utilisateur.

V ← ...
S ← ...
Pour k variant de 1 à 20
V ←*V
S ← S +
Fin de Pour
Afficher S

7. Déterminer la limite de la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = \frac{T_n}{n}$.