

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x^2+1} - x$.

1. Montrer que cette fonction f est définie sur \mathbb{R} .
2. Étudier les variations de cette fonction f sur \mathbb{R} .
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
4. Montrer que la courbe représentative de f est toujours située au-dessus de cette tangente T .
5. Montrer que la fonction f est strictement positive sur \mathbb{R} .
6. Peut-on trouver un réel x tel que $0 < f(x) < 10^{-3}$? Si oui, déterminer un tel réel.

EXERCICE 2

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \cos(x) + x$.

1. Étudier les variations de cette fonction f sur \mathbb{R} .
2. Montrer que la courbe représentative de f admet une infinité de tangentes horizontales.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0.
4. Montrer que la courbe représentative de f est toujours située en-dessous de cette tangente T .