NOM : .... PRÉNOM : ....
DEVOIR MAISON N ° 4 TERMINALE S *Novembre 2018*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} -x^2-4x+1 \; si \; x \leq -1 \\ -2x+2 \; si -1 < x < 0 \\ \dfrac{x+10}{5x+5} \; si \; x \geq 0 \end{cases}$.

1. Montrer que cette fonction f est continue sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer les limites de la fonction f aux bornes de son ensemble de définition.
3. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Dresser le tableau de variations de f.
5. La fonction f est-elle dérivable sur $\mathbb{R}$? Justifier la réponse.
6. Représenter graphiquement la fonction f dans le repère ci-dessous.
Tracer les tangentes aux points d'abscisse – 1, 0 et 1.
7. On cherche à résoudre l'équation (E) : $f(x) = x^2$.

a) Montrer que l'on peut déterminer la valeur exacte d'une des solutions de cette équation. Calculer cette valeur.
b) Montrer que, sur $\mathbb{R}^+$, l'équation (E) est équivalente à l'équation $5x^3 + 5x^2 - x - 10 = 0$.
c) En déduire l'existence d'une unique solution α à l'équation (E) dans $\mathbb{R}^+$.
d) Dans l'algorithme ci-contre, a et b sont des réels, e est un réel donnant la précision de la solution cherchée. Cet algorithme permet de calculer une valeur approchée de la solution α par la méthode dichotomique.
e) Compléter l'algorithme.
f) Déterminer une valeur approchée à 10^{-4} de α.

```
si f(a)*f(b) ≥ 0 alors afficher « pas de solution entre a et b »
sinon
    Tant que .................... faire
        m ← ........................
        si f(a)*................ < 0 :
            b ← m
        sinon :
            ........................
        finsi
    fin Tantque
  afficher ('une solution à ', e,' près est ', ..................)
```

g) Faire apparaître les solutions de (E) sur le graphique ci-dessous :