EXERCICE 1 : 1. Soient a et b les nombres complexes $a = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}$ et $b = 1 - \mathrm{i}\sqrt{3}$. Calculer a^2 et b^2.
2. On désigne par (E) l'équation $z^4 + 4z^2 + 16 = 0$ d'inconnue complexe z.
En posant $\mathrm{Z} = z^2$, et en utilisant la question 1, résoudre l'équation (E).
3. On note A, B, C et D les images dans le plan complexe des solutions de l'équation (E),
telles que les abscisses de A et B sont positives, les ordonnées de A et D sont positives.
a) Placer les quatre points dans le plan.
b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 : Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(\mathrm{O} ; \vec{u} , \vec{v})$,
et on considère l'application f du plan complexe dans lui-même qui au point M d'affixe z associe le
point M' d'affixe $f(z) = \dfrac{z+\mathrm{i}\,\overline{z}}{2}$. Soient A et B les points du plan d'affixes respectives $z_{\mathrm{A}} = 2 + \mathrm{i}$ et $z_{\mathrm{B}} = -2 + 3\mathrm{i}$.
1. Déterminer les affixes des points A' et B' images de A et B par f.
1. Montrer que l'ensemble (d) des points M dont l'affixe z vérifie $f(z) = z$ est une droite dont on donnera une équation.
2. a) Soit $\vec{w} = \vec{u} - \vec{v}$. Déterminer l'affixe du vecteur $\vec{w}$.
b) Montrer que le nombre $\dfrac{f(z)-z}{1-\mathrm{i}}$ est réel.
c) Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\vec{w}$ et $\overrightarrow{\mathrm{MM'}}$?
3. En déduire que M' appartient à une droite (d') passant par M et de vecteur directeur à préciser.
4. Montrer que pour tout nombre complexe z, $f(f(z)) = f(z)$.
5. Déduire des questions précédentes que M' est le point d'intersection des deux droites (d) et (d').
6. Caractériser géométriquement l'application f .