

EXERCICE 1 : Une entreprise confie à une société de sondage par téléphone une enquête sur la qualité de ses produits. On admet que lors du premier appel téléphonique, la probabilité que le correspondant ne décroche pas est 0,4 et que s'il décroche, la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire est 0,3.

On pourra construire un arbre pondéré.

1. On note :

- D_1 l'événement : «la personne décroche au premier appel»;
- R_1 l'événement : «la personne répond au questionnaire lors du premier appel».

Calculer la probabilité de l'événement R_1 .

2. Lorsqu'une personne ne décroche pas au premier appel, on la contacte une seconde fois. La probabilité pour que le correspondant ne décroche pas la seconde fois est 0,3 et la probabilité pour qu'il réponde au questionnaire sachant qu'il décroche est 0,2. Si une personne ne décroche pas lors du second appel, on ne tente plus de la contacter.

On note :

- D_2 l'événement : «la personne décroche au second appel»;
- R_2 l'événement : «la personne répond au questionnaire lors du second appel»;
- R l'événement : «la personne répond au questionnaire».

Montrer que la probabilité de l'événement R est 0,236.

3. Sachant qu'une personne a répondu au questionnaire, calculer la probabilité pour que la réponse ait été donnée lors du premier appel. (on donnera la réponse arrondie au millième)

4. Un enquêteur a une liste de n personnes à contacter ($n > 1$). Les sondages auprès des personnes d'une même liste sont indépendants.

- Calculer en fonction de n , la probabilité qu'au moins une personne de la liste réponde au questionnaire.
- Déterminer le nombre minimal de personnes que doit contenir la liste pour que la probabilité qu'au moins l'une d'entre elles réponde au questionnaire, soit supérieure à 0,9.

EXERCICE 2 : On considère une maladie génétique humaine due à la présence d'un gène spécifique noté M réparti dans la population indépendamment du sexe et on suppose que seuls les porteurs de la combinaison homozygote MM développent la maladie. Les porteurs de la combinaison MX (où X désigne un allèle autre que M) sont des porteurs sains (c'est-à-dire qu'ils ne développent pas la maladie).

Par ailleurs, le père et la mère transmettent chacun un allèle à leur enfant de façon équiprobable.

Tableau de transmission :

		Père	
		M	X
Mère	M	MM (malade)	MX (porteur sain)
	X	MX (porteur sain)	XX (non porteur)

1. Dans cette question, on suppose que la maladie est telle que les personnes porteuses de la combinaison homozygote ne peuvent pas avoir d'enfants. On appelle f la proportion de malades et s la proportion de porteurs sains.

a) Montrer, à l'aide d'un arbre pondéré que f et s vérifient la relation : $4f = s^2$ et en déduire l'expression de s en fonction de f .

b) La mucoviscidose est une maladie correspondant approximativement à ce modèle. En France, environ 1 enfant sur 2000 en est atteint.

Quelle est la proportion des porteurs sains de gène responsable de cette maladie en France ?

2. On suppose à présent que les personnes malades peuvent avoir des enfants.

a) Montrer à l'aide d'un arbre pondéré que la probabilité qu'un enfant soit malade est $f + fs + \frac{s^2}{4}$.

b) Expliquer pourquoi on doit avoir $f + fs + \frac{s^2}{4} = f$.

c) En déduire que $s = 2(\sqrt{f} - f)$.

d) L'hémochromatose génétique est une maladie correspondant à ce modèle. La fréquence de cette maladie est de 5/1000. Quelle est la proportion des porteurs sains de gène responsable de cette maladie en France ?