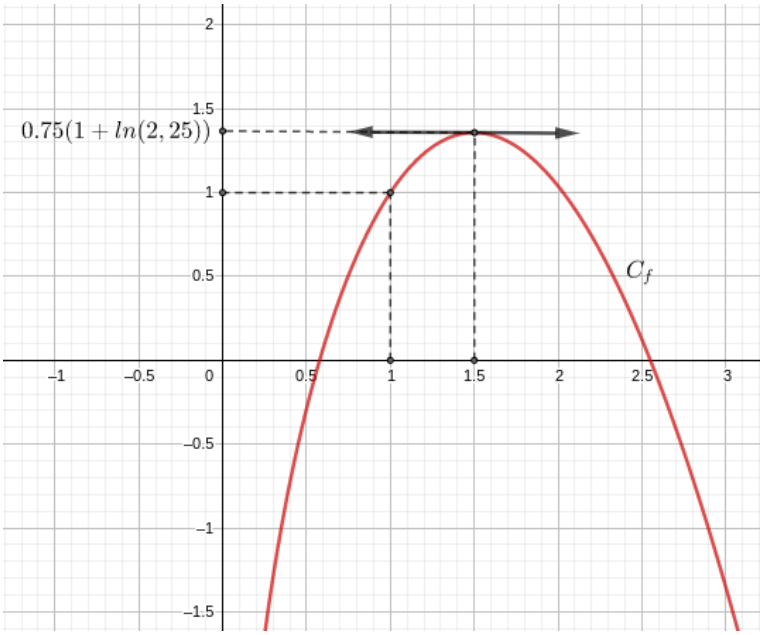
EXERCICE 1 : On considère la fonction $f$ définie sur $]-1\ ;+\infty[$ par $f(x) = x^2 - x\ln(1+x) + 1$.

1. Déterminer la fonction dérivée $f$ ' et la fonction dérivée seconde $f$ '' .
2. Étudier le signe de $f$ ''$(x)$ et en déduire les variations de $f$ '.
3. En déduire le signe de $f$ '$(x)$, puis les variations de $f$ .
4. Déterminer les limites de la fonction $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
5. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ dans $]-1\ ;+\infty[$.
6. Trouver un encadrement à $10^{-2}$ près de $\alpha$.

EXERCICE 2 : On considère la fonction $f$ définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = ax^2 + bx + c\ln(x)$ et sa courbe représentative $C_f$ donnée ci-contre.

1. Par lecture graphique déterminer les réels $a$, $b$ et $c$.
2. Déterminer la fonction dérivée $f$ ' .
3. Étudier le signe de $f$ ' et en déduire les variations de $f$.
4. Déterminer les limites de la fonction $f$ aux bornes de son ensemble de définition.
5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe $C_f$ au point d'abscisse 1.
6. Déterminer l'abscisse d'un point de la courbe en lequel la tangente est perpendiculaire à la tangente précédente.