NOM : ....PRÉNOM : ....

DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 TERMINALE S 710 *Mardi 2 octobre 2018*

EXERCICE 1 (4 points)

Calculer les limites des suites (u_n) suivantes (en expliquant la démarche) :

a) $u_n = 2n^3 - 8n - 13$.

b) $u_n = \dfrac{n+\sin(n)}{2n+1}$.

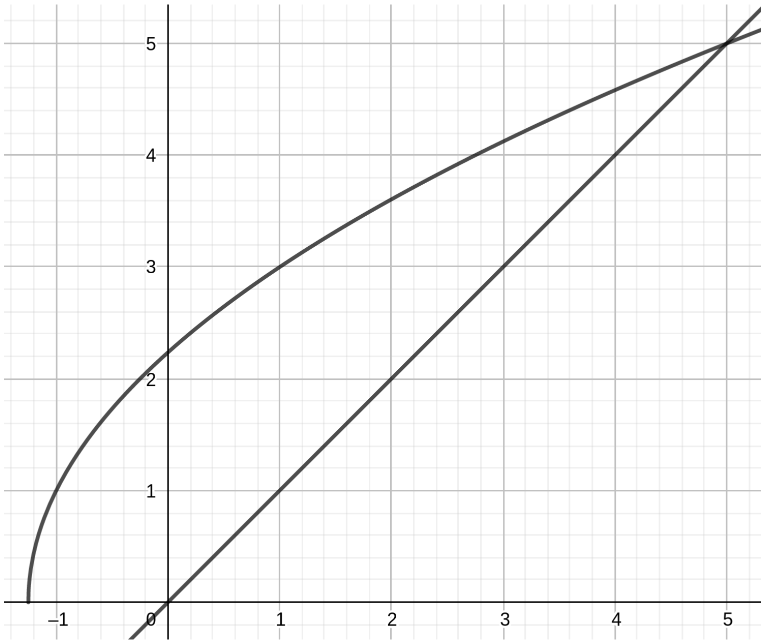
c) $u_n = \dfrac{1-2n}{\sqrt{n}+1}$.

d) $u_n = \dfrac{1-0{,}7^n}{0{,}2^n+4}$.

EXERCICE 2 (6 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \sqrt{4u_n+5}$.

1. Calculer les valeurs exactes de u_1 , u_2 .
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, $0 \leqslant u_n \leqslant 5$.
3. Démontrer par récurrence que la suite (u_n) est strictement croissante.
4. La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifier la réponse.
5. Sur la figure ci-contre, représenter les cinq premières termes de la suite et en déduire sa limite.



EXERCICE 3 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = u_n + \dfrac{1}{(n+1)(n+2)}$.

1. Calculer, sous forme de fractions irréductibles, u_1 , u_2 , u_3 .
2. Conjecturer l'écriture de u_n en fonction de n.
3. Démontrer cette conjecture en utilisant un raisonnement par récurrence.
4. En déduire la limite de la suite (u_n).

EXERCICE 4 (5 points)

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1{,}5u_n - 4$.

1. Calculer les valeurs exactes de u_1 , u_2 et u_3 .
2. On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n, $v_n = u_n - 8$.

a) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique et préciser sa raison et son premier terme.

b) En déduire l'expression de v_n puis de u_n en fonction de n.

3. Exprimer la somme $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{k=n} u_k$ en fonction de n.

4. Compléter l’algorithme ci-contre permettant de calculer et d’afficher les 20 premiers termes de la suite (S_n) :

```
U ← ...
S ← ...
Pour k variant de 1 à ...
   U ← .....
   S ← S + ....
   Afficher S
Fin de Pour
```

Question hors barème : Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de S_{20}.