

EXERCICE 1 ( 6 points )

Déterminer les limites suivantes :

$$\text{a) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x} ; \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos(x)+x}{3x-2} ; \quad \text{c) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-1}{x^2+3} .$$

EXERCICE 2 ( 6 points )On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$  par  $f(x) = \frac{x+1}{x-3}$ .

1. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ .
2. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
3. Dresser le tableau de variations complet de la fonction  $f$ .
4. Préciser si la courbe  $C_f$  représentative de la fonction  $f$  admet des asymptotes.

EXERCICE 3 ( 8 points )On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$ .

1. Étudier les variations de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
  2. Déterminer les limites de la fonction  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
  3. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
  4. Déterminer une équation de la tangente à la courbe  $C_f$  représentative de la fonction  $f$  au point d'abscisse 0.
  5. Montrer que cette tangente est au-dessus de la courbe  $C_f$  pour  $x$  positif.
- Bonus : Montrer que cette tangente est en-dessous de la courbe  $C_f$  pour  $x$  négatif.