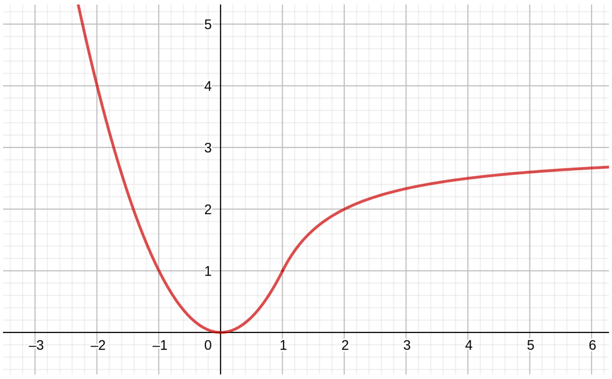
EXERCICE 1 (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \, sur \,]-\infty\,;1[\\ 3-\dfrac{2}{x} \, sur \, [1\,;+\infty[\end{cases}$$

et sa courbe représentative donnée ci-contre :



1. La fonction f est-elle continue sur $\mathbb{R}$?
2. La fonction f est-elle dérivable en 1 ?

EXERCICE 2 (16 points)

1. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 2x^3 + 3x^2 + 1$.

a) Déterminer les limites de la fonction g aux bornes de son ensemble de définition.

b) Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.

c) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $\mathbb{R}$.

d) Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

e) En déduire le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = x^2 + 3x + 1 - \dfrac{1}{x}$.

a) Étudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

b) Déterminer la fonction dérivée de f et montrer que le signe de $f'(x)$ est celui de $g(x)$.

c) En déduire les variations de f sur son ensemble de définition.

d) Dresser le tableau de variations de f.

3. a) A l'aide du tableau de variations de la fonction f, déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 2$ (on ne demande pas de calculer ces solutions).

b) A l'aide de la calculatrice, donner un intervalle d'amplitude 1 contenant chacune des solutions.