NOM : .... PRÉNOM : ....

DEVOIR MAISON N ° 1 TERMINALE spé *Septembre 2020*

```
p = int(input(''p = ''))
u = 1
for k in range(p) :
    u = u + 3**k - 7
print(u)
```

Partie A : On considère le programme Python ci-contre :
1. Faire fonctionner l'algorithme pour $p = 2$ en indiquant les valeurs des variables p et u à chaque étape.
2. Quel nombre obtient-on en sortie ?

Partie B : Soit la suite numérique (u_n) définie sur l'ensemble des entiers naturels $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + 3^n - 7$.
1. a) Modifier l'algorithme précédent pour obtenir en sortie toutes les valeurs de u_n pour n variant de 1 à p.
b) Compléter alors le tableau des valeurs de la suite (u_n) :

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
u_n	1								

c) D'après ce tableau, énoncer une conjecture sur le sens de variation de la suite (u_n).
2. Démontrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{3^n}{2} - 7n + \dfrac{1}{2}$.
3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_{n+1} - u_n$.
a) Démontrer que la suite (v_n) est croissante sur $\mathbb{N}$, puis démontrer qu'elle est positive à partir du rang 2.
b) En déduire le sens de variations de la suite (u_n).
4. Utiliser l'algorithme précédent pour déterminer la plus petite valeur de n telle que $u_n > 10^7$.
5. Conjecturer la limite de la suite (v_n) et de la suite (u_n).