

Exercice 1 :

1. Montrer que pour tout entier naturel n , $(\sqrt{n+1} + \sqrt{n})(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 1$.
2. On considère la suite numérique (u_n) définie sur l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} par $u_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.
 - a) En utilisant la question 1. montrer que pour tout entier naturel n non nul, $0 \leq u_n \leq \frac{1}{2\sqrt{n}}$.
 - b) En déduire la limite de la suite (u_n) .
3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
4. En déduire que la suite (u_n) est bornée et préciser un majorant et un minorant.
5. Trouver la plus petite valeur de n telle que $u_n < 10^{-5}$.

Exercice 2 :

Lors de l'oral d'un concours, l'examineur propose aux candidats deux sujets choisis dans une banque de 80 sujets.

1. Quel est le nombre de choix possibles de deux sujets ?
2. Jacques a préparé dix de ces sujets. Calculer le nombre de tirages possibles comportant au moins un des sujets qu'il a révisés.
3. Combien de sujets devrait-il préparer pour que plus de neuf tirages sur dix contiennent l'un des sujets révisés ?

Exercice 3 :

On dispose d'une grille à trois lignes et trois colonnes. Une machine M_1 place au hasard un jeton dans une case de la grille, puis une machine M_2 place de même un jeton sur la grille dans une case libre et enfin une troisième machine M_3 place un jeton dans une case libre.

On note les événements suivants :

H : « Les trois jetons sont alignés horizontalement ».

V : « Les trois jetons sont alignés verticalement ».

D : « Les trois jetons sont alignés en diagonale ».

N : « Les trois jetons ne sont pas alignés ».

Les résultats seront donnés sous la forme de fraction irréductible.

1. Calculer le nombre de placements des trois jetons sur la grille.
2. Calculer les probabilités des événements H, V, D.
3. En déduire que la probabilité de N est égale à $\frac{19}{21}$.