

EXERCICE 1 (2 points)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a)  $f(x) = \frac{e^x - x}{x^2}$  ;

b)  $f(x) = e^{2x^2 - 5x + 1}$  ;

EXERCICE 2 (4 points)

Calculer les limites suivantes en détaillant les calculs :

a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{x^2}$  ;

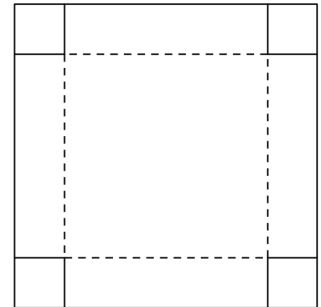
b)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ .

EXERCICE 3 (6 points)

On considère un carré ABCD tel que  $AB = 12$  cm.

On découpe à chaque coin du carré, quatre carrés de côté  $x$  comme sur la figure ci-contre et en pliant suivant les pointillés, on réalise une boîte ouverte de forme parallélépipédique.

1. Montrer que le volume de la boîte est égal à  $V(x) = 4x^3 - 48x^2 + 144x$ .
2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction  $V$  ?
3. Déterminer la dérivée de cette fonction et étudier les variations de  $V$  sur son ensemble de définition.
4. En déduire quel est le volume maximal de la boîte et pour quelle valeur de  $x$  il est atteint.

EXERCICE 4 (8 points)

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (2x + 4)e^{-x}$ .

1. Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition.
2. Préciser s'il existe des asymptotes à la courbe représentative de  $f$ .
3. Déterminer la fonction dérivée de cette fonction  $f$  et étudier les variations de cette fonction.
4. Donner le tableau de variation complet de  $f$ .
5. a) Montrer que l'équation  $f(x) = 1$  admet deux solutions  $\alpha$  et  $\beta$  dans  $\mathbb{R}$ .  
b) Donner une valeur approchée à  $10^{-2}$  près de chacune des solutions  $\alpha$  et  $\beta$ .