

EXERCICE 1 (2 points)

Déterminer les fonctions dérivées des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{e^x - x^2}{x}$;

b) $f(x) = e^{3x^2 - 8x + 5}$;

EXERCICE 2 (4 points)

Calculer les limites suivantes en détaillant les calculs :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x^2}{x}$;

b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$.

EXERCICE 3 (6 points)

On considère un carré ABCD tel que $AB = 6$ cm.

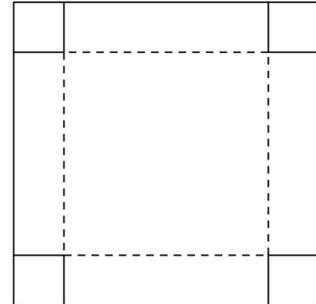
On découpe à chaque coin du carré, quatre carrés de côté x comme sur la figure ci-contre et en pliant suivant les pointillés, on réalise une boîte ouverte de forme parallélépipédique.

1. Montrer que le volume de la boîte est égal à $V(x) = 4x^3 - 24x^2 + 36x$.

2. Quel est l'ensemble de définition de la fonction V ?

3. Déterminer la dérivée de cette fonction et étudier les variations de V sur son ensemble de définition.

4. En déduire quel est le volume maximal de la boîte et pour quelle valeur de x il est atteint.

EXERCICE 4 (8 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (4 - 2x)e^x$.

1. Déterminer les limites de cette fonction aux bornes de son ensemble de définition.

2. Préciser s'il existe des asymptotes à la courbe représentative de f .

3. Déterminer la fonction dérivée de cette fonction f et étudier les variations de cette fonction.

4. Donner le tableau de variation complet de f .

5. a) Montrer que l'équation $f(x) = 1$ admet deux solutions α et β dans \mathbb{R} .

b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près de chacune des solutions α et β .