

On observe que, dans certains cas, il semble exister un lien entre deux caractères d'une population, par exemple entre le chiffre d'affaires et le montant des charges d'une société, entre la consommation et la vitesse d'une voiture, etc. Il est alors intéressant d'étudier simultanément deux caractères d'une même population.

A. Exemple : Le tableau suivant donne l'évolution du nombre d'adhérents d'un club de rugby de 2010 à 2016.

Année	2010	2012	2013	2014	2015	2016
Rang x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'adhérents y_i	70	90	115	140	170	220

Le but est d'étudier cette série statistique à deux variables (le rang et le nombre d'adhérents) afin de prévoir l'évolution du nombre d'adhérents pour les années suivantes.

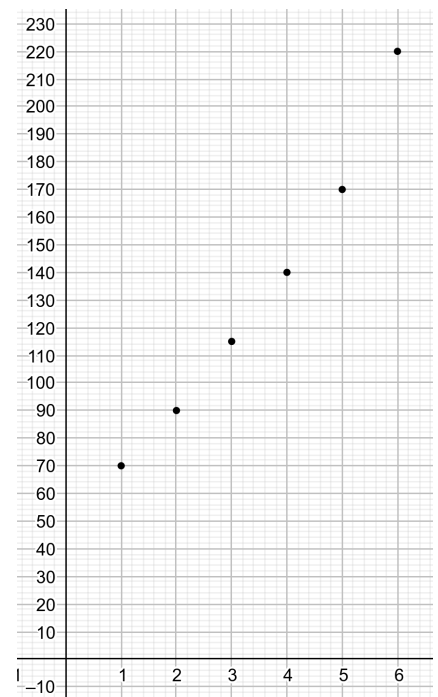
1. Nuage de points : La première étape consiste à réaliser un graphique qui traduit les deux séries statistiques ci-dessus.

Définition 1 : Soit X et Y deux variables statistiques numériques observées sur n individus.

Dans un repère orthogonal ($O; \vec{i}; \vec{j}$), l'ensemble des n points de coordonnées $(x_i; y_i)$ forme le nuage de points associé à cette série statistique.

Dans notre exemple, si on place le rang en abscisses, et le nombre d'adhérents en ordonnées, on peut représenter par un point chaque valeur.

On obtient ainsi une succession de points, dont les coordonnées sont $(1; 70)$, $(2; 90)$, ..., $(6; 220)$, forment un nuage de points.



2. Le problème de l'ajustement :

Le nuage de points associé à une série statistique à deux variables donne donc immédiatement des informations de nature qualitatives.

Pour en tirer des informations plus quantitatives, il nous faut poser le problème de l'ajustement. Le tracé met en évidence la possibilité de "reconnaître" graphiquement la possibilité d'une relation fonctionnelle entre les deux grandeurs observées (ici rang et nombre d'adhérent). Le problème de l'établissement d'une relation fonctionnelle entre les deux séries est le problème de l'ajustement.

3. Point moyen :

Définition 2 : Soit une série statistique à deux variables X et Y, dont les valeurs sont des couples $(x_i; y_i)$. On appelle point moyen de la série le point G de coordonnées \bar{x} et \bar{y} où \bar{x} est la moyenne des x_i et \bar{y} est la moyenne des y_i . $G(\bar{x}; \bar{y})$.

Dans l'exemple $G((3,5; 134,2))$.

4. A l'aide de la calculatrice :

T.I.	Casio
Touche STAT	Menu STAT
Menu EDIT	Entrer les valeurs x_i dans List1
Entrer les valeurs x_i dans L1	Entrer les valeurs y_i dans List2
Entrer les valeurs y_i dans L2	Choisir GRPH
Régler les valeurs du repère avec la touche fenêtre	Régler les paramètres avec SET
Appuyer sur la touche TRACE	Choisir GPH
Stats → Calc Xliste : L1 Yliste : L2 ListeFreq : → Calc	Choisir CALC

5. Ajustement à la règle :

On se propose, à partir des résultats obtenus, de faire des prévisions pour les années à venir. Un moyen d'y parvenir est de tracer au juger une droite (d) passant le plus près possible des points du nuage et d'en trouver l'équation du type $y = ax + b$.

L'une des méthodes les plus employées est la méthode des moindres carrés.

6. La droite de régression :

On appelle droite de régression de y en x la droite telle que la somme des carrés $[y_i - (ax_i + b)]^2$ soit minimale.

On l'obtient avec la calculatrice : Stats → Calc → RégLin(ax+b) → Calculer.

7. Exemple :

Une entreprise de vente par correspondance établit un bilan de son chiffre d'affaire en fonction du nombre de commandes sur les dix dernières années. Ce bilan est donné dans le tableau suivant :

Nombre de commandes (x)	1300	1500	1850	1950	2100	2250
Chiffre d'affaire en euro (y)	23000	35000	37500	40500	44000	48000

L'objectif est d'obtenir une estimation du chiffre d'affaire pour 3000 commandes.

1. Représenter graphiquement cette série par un nuage de points.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère.
3. Après avoir partagé le nuage de points en deux parties égales, calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des deux groupes de points obtenus et les placer dans le repère.
4. Tracer la droite d'ajustement passant par ces deux points G_1 et G_2 .
5. Donner une estimation du chiffre d'affaire pour 3 000 commandes à l'aide du graphique.
6. A l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine.
7. Donner une estimation du chiffre d'affaire pour 3 000 commandes à l'aide de l'équation de la droite d'ajustement affine.



Corrigé :

7. Exemple :

Une entreprise de vente par correspondance établit un bilan de son chiffre d'affaire en fonction du nombre de commandes sur les dix dernières années. Ce bilan est donné dans le tableau suivant :

Nombre de commandes (x)	1300	1500	1850	1950	2100	2250
Chiffre d'affaire en euro (y)	23000	35000	37500	40500	44000	48000

L'objectif est d'obtenir une estimation du chiffre d'affaire pour 3000 commandes.

1. Représenter graphiquement cette série par un nuage de points.
2. Calculer les coordonnées du point moyen G et le placer dans le repère.
G(1825 ; 38000)
3. Après avoir partagé le nuage de points en deux parties égales, calculer les coordonnées des points moyens G_1 et G_2 des deux groupes de points obtenus et les placer dans le repère.

G1(1550 ; 31833) et G2(2100 ; 44167)

4. Tracer la droite d'ajustement passant par ces deux points G_1 et G_2 .
5. Donner une estimation du chiffre d'affaire pour 3 000 commandes à l'aide du graphique.
Pour 3000 commandes le chiffre d'affaire peut être estimé à 66 000 €
6. A l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement affine.

$$Y = 23 X - 4 013$$

7. Donner une estimation du chiffre d'affaire pour 3 000 commandes à l'aide de l'équation de la droite d'ajustement affine.