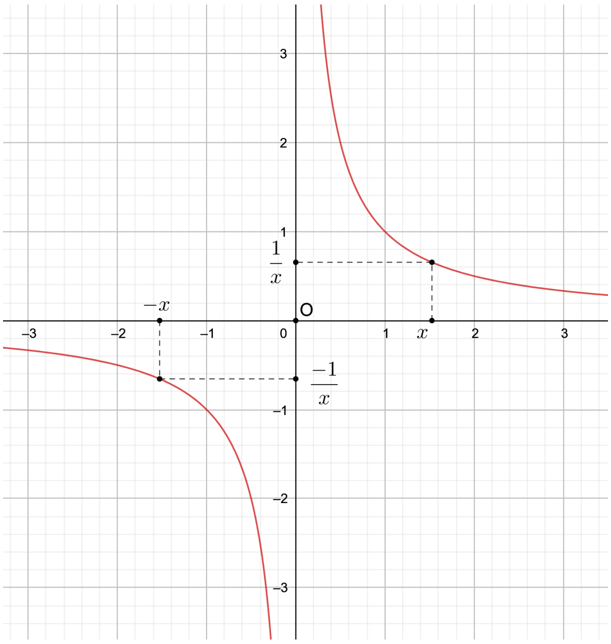
COURS TERMINALE STD2A LA FONCTION INVERSE

1. Définition :

Définition : La fonction inverse est la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

Courbe représentative :
Sa représentation graphique est une courbe appelée hyperbole qui se trace en deux morceaux appelés branches de l'hyperbole.



Cette courbe est symétrique par rapport à l'origine du repère ; on dit alors que la fonction inverse est une fonction impaire : pour tout réel x non nul $f(-x) = -f(x)$.

2. Dérivée et sens de la variations de la fonction :

La fonction inverse est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et $f'(x) = \dfrac{-1}{x^2}$.

Cette dérivée est strictement négative, donc la fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty\ ;\ 0[$ et sur $]0\ ;\ +\infty\ [$.

Tableau de variations :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		−	||	−	
$f(x)$	0	↘ $-\infty$	||	$+\infty$ ↘	0

3. Comportement aux bornes de son ensemble de définition :

Lorsque x devient très grand (on dit que x tend vers $+\infty$), la courbe se rapproche de l'axe des abscisses ;
lorsque x devient très petit (on dit que x tend vers $-\infty$), la courbe se rapproche de l'axe des abscisses ;
on dit que l'axe de abscisses est une asymptote horizontale à l'hyperbole.
Par les valeurs :

x	10	1000	1000000	10^9	10^{20}
$\dfrac{1}{x}$	0,1	0,001	0,000001	10^{-9}	10^{-20}

Lorsque x se rapproche de 0 par valeurs négatives, la courbe se rapproche de l'axe des ordonnées ;
les valeurs de $\dfrac{1}{x}$ deviennent très petites (tendent vers $-\infty$) ;
Lorsque x se rapproche de 0 par valeurs positives, la courbe se rapproche de l'axe des ordonnées ;
les valeurs de $\dfrac{1}{x}$ deviennent très grandes (tendent vers $+\infty$).

Par les valeurs :

x	0,1	0,001	0,000001	10^{-9}	10^{-20}
$\dfrac{1}{x}$	10	1000	1000000	10^9	10^{20}

on dit que l'axe de ordonnées est une asymptote verticale à l'hyperbole.