EXERCICE 1 : On considère deux variables aléatoires X et Y indépendantes telles que
$E(X) = 10$, $V(X) = 4$, $E(Y) = -2$ et $V(Y) = 1$.
Calculer l'espérance et la variance des variables aléatoires suivantes :
$Z = -2X + 3$;
$T = X + Y$;
$U = 3X - 2Y$;
$V = \dfrac{Y}{2}$.

EXERCICE 2 : On lance deux dés équilibrés ; on note X_1 le résultat du premier dé et X_2 celui du deuxième dé.
1. Calculer l'espérance et la variance de X_1 et de X_2.
2. On note $S = X_1 + X_2$.
a) Quelles sont les valeurs prises par S ?
b) Calculer l'espérance et la variance de S.
3. On note $M = \dfrac{X_1+X_2}{2}$.
a) Quelles sont les valeurs prises par M ?
b) Calculer l'espérance et la variance de M.

EXERCICE 3 : On considère une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres $n_1 = 20$ et $p_1 = \dfrac{1}{3}$ et une variable aléatoire Y indépendante de X qui suit la loi binomiale de paramètres $n_2 = 100$ et $p_2 = \dfrac{1}{4}$.
Calculer l'espérance, la variance et l'écart-type de la variable aléatoire $X + Y$.

EXERCICE 4 : Pour réguler le trafic routier, un commune décide de régler les trois feux tricolores de la rue principale de manière à obtenir les résultats suivants :
80 % des automobilistes doivent s'arrêter au premier feu ;
30 % des automobilistes doivent s'arrêter au deuxième feu ;
65 % des automobilistes doivent s'arrêter au troisième feu.
On note X la variable aléatoire correspondant au nombre de feux auxquels s'arrête un automobiliste pris au hasard.
1. Justifier qu'on peut écrire $X = X_1 + X_2 + X_3$ où, pour $i \in \{1, 2, 3\}$, X_i est la variable aléatoire prenant la valeur 1 si l'automobiliste s'est arrêté au feu numéro i et 0 sinon.
2. Déterminer les lois de probabilité des trois variables X_1, X_2, X_3.
3. En déduire E(X). Interpréter ce résultat.

EXERCICE 5 : Formule de König – Huygens :
On considère une variable aléatoire X qui prend les valeurs $\{x_1 ; x_2 ; ... ; x_n\}$ et on note $p_i = p(X = x_i)$.
1. Exprimer l'espérance mathématique de X en fonction des x_i et p_i pour $i \in \{1 ; 2 ; ... ; n\}$.
2. Soit Y la variable aléatoire définie par $Y = (X - E(X))^2$.
a) Exprimer E(Y) en fonction de x_i et p_i.
b) En déduire que $E(Y) = V(X)$.
3. Montrer que $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$.