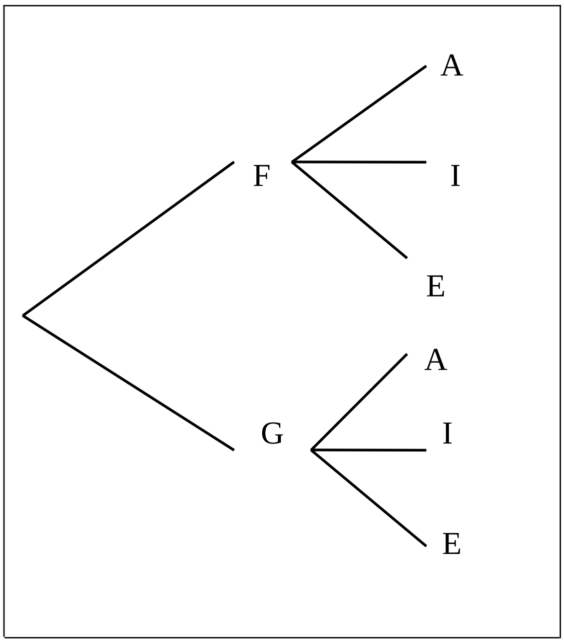
Vers la notion de probabilité conditionnelle :

EXERCICE 1 : Dans un lycée, la répartition des élèves de terminale en fonction du sexe et de la première langue (LVA) est donnée par le tableau ci-dessous :

	Anglais	Italien	Espagnol	Total
Filles	26 %	6 %	16 %	
Garçons	32 %	8 %	12 %	
Total				



1. Compléter le tableau.
2. On tire au hasard la fiche d'un élève.
a) Quelle est la probabilité de chacun des événements suivants : F : « l'élève est une fille » ;
A : « l'élève fait LVA anglais » ; $F \cap M$;
I : « l'élève fait LVA italien » ;
E : « l'élève fait LVA espagnol » ;
b) Compléter l'arbre ci-contre, en indiquant sur les branches les différentes probabilités.
3. On rencontre un élève au hasard et c'est une fille.
a) Quelle est la probabilité qu'elle fasse LVA anglais (on note cette probabilité $P_F(A)$?
b) Trouver une relation entre $P(F \cap A)$, $P(F)$ et $P_F(A)$.

EXERCICE 2 : Sur une console de jeu, un joueur engage une partie où il doit affronter en duel l'un des trois monstres Alk, Buk et Cok. Ces trois monstres sont de forces inégales et les probabilités que le joueur l'emporte contre Alk, Buk et Cok sont respectivement $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{3}$.
De plus, le choix du monstre n'appartient pas au joueur, et il remarque que dans 50 % des cas, il lui faut affronter Alk et qu'il rencontre Buk aussi souvent que Cok. On désigne par G l'événement : « le joueur emporte le combat » et par A, B et C les événements « le joueur combat Alk », « le joueur combat Buk », « le joueur combat Cok ».
1. Construire un arbre pondéré ci-contre, et y indiquer toutes les probabilités possibles.
2. Déterminer les probabilités $P_A(G)$ (qui désigne la probabilité que le joueur gagne sachant qu'il a rencontré Alk), $P_B(G)$, $P_C(G)$.
3. Déterminer les probabilités $p(G \cap A)$, $p(G \cap B)$ et $p(G \cap C)$.
4. Faire apparaître ces probabilités sur l'arbre.
5. Déterminer alors la probabilité que le joueur gagne.

EXERCICE 3 : Sur 100 personnes interrogées sur l'apprentissage des langues, 55 ont appris l'anglais, 50 l'espagnol et 20 ont appris les deux.
1. Compléter le tableau ci-contre :

	A	$\overline{A}$
E		
$\overline{E}$		

2. On choisit une personne au hasard parmi les 100. Déterminer les probabilités des événements suivants : A : « la personne a appris l'anglais », E : « la personne a appris l'espagnol », $A \cap E$; M : « la personne a appris une seule langue ».
3. On choisit une personne parmi celle qui ont appris l'anglais. Quelle est la probabilité que cette personne ait appris l'espagnol ?

EXERCICE 4 : Dans une région ostréicole, on s'intéresse à la production d'huîtres. Une partie de la production est conditionnée par calibre, en bourriche étiquetées : P ((petite), M (moyenne) et G (grande).
La probabilité d'erreur lors d'un tri est estimée en fonction de la catégorie de la façon suivante :

Catégorie	P	M	G
Probabilité d'erreur	0,035	0,06	0,045

Par ailleurs , la proportion d'huîtres de chaque catégorie est : pour les petites 13 % ; pour les moyennes 54 % ; pour les grandes 33 %.
a) Dessiner l'arbre de probabilités correspondants.
b) On appelle E l'événement : « une huître a été mal triée ». Calculer la probabilité de E.
c) Quelle est la probabilité qu'une huître soit moyenne sachant qu'elle a été mal triée ?

EXERCICE 5 :
Dans une population donnée, 15% des individus ont une maladie Ma. Parmi les individus atteints de la maladie Ma, 20% ont une maladie Mb et parmi les individus non atteints de la maladie Ma, 4% ont la maladie Mb.
1. On prend un individu au hasard et on désigne respectivement par A et B les événements suivants:
"l'individu est atteint de la maladie Ma", "l'individu est atteint de la maladie Mb".
a) Donner les valeurs de P(A), $P_A(B)$ et $P_A(\overline{B})$, ($P_A(B)$ désignant la probabilité de B sachant A).
b) Calculer $P(B \cap A)$ et $P(B \cap \bar{A})$. En déduire P(B).
c) Calculer $P_B(A)$. Traduire cette probabilité par un événement.

EXERCICE 6 : On teste un médicament parmi un ensemble d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé. Pour cela 70% des individus prennent le médicament, les autres recevant un placebo, et l'on étudie à l'aide d'un test la baisse du taux de glycémie. Chez les individus ayant pris le médicament on constate une baisse de ce taux avec une probabilité de 0,85; on ne constate aucune baisse de taux pour 90% des personnes ayant pris le placebo. On appelle:
M l'événement "avoir pris le médicament", $\overline{M}$ l'événement contraire,
B l'événement "avoir une baisse du taux de glycémie", $\overline{B}$ l'événement contraire.
1. Calculer la probabilité P(B) de l'événement B.
2. On soumet au test un individu pris au hasard.
Quelle est la probabilité qu'il ait pris le médicament si l'on ne constate pas de baisse de son taux de glycémie ?

EXERCICE 7 : Un magasin de matériel informatique vend deux modèles d'ordinateur au même prix et de marques M_1 et M_2 . Les deux ordinateurs ont les mêmes caractéristiques et sont proposés en deux couleurs : noir et blanc. D'après une étude sur les ventes de ces deux modèles, 70 % des acheteurs ont choisi l'ordinateur M_1 et, parmi eux, 60 % ont préféré la couleur noire. Par ailleurs, 20 % des clients ayant acheté un ordinateur M_2 l'ont choisi de couleur blanche. On utilise la liste des clients ayant acheté l'un ou l'autre des ordinateurs précédemment cités et on choisit un client au hasard.
1. Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur M_2 de couleur noire.
2. Calculer la probabilité qu'un client choisi au hasard ait acheté un ordinateur de couleur noire.
3. Le client a choisi un ordinateur de couleur noire. Calculer la probabilité qu'il soit de marque M_2 .

EXERCICE 8 : Un internaute souhaite faire un achat par l'intermédiaire d'internet. Quatre sites de vente, un français, un allemand, un canadien et un indien présentent le matériel qu'il souhaite acquérir. L'expérience a montré que la probabilité qu'il utilise chacun de ces sites vérifie les conditions suivantes (les initiales des pays désignent les événements « l'achat s'effectue dans le pays ») : $P(F) = P(A)$, $P(F) = \frac{1}{2}P(C)$ et $P(C) = P(I)$.
1. Calculer les probabilités P(F), P(A), P(C) et P(I) .
2. Sur chacun des sites, l'internaute peut acheter un supplément pour son matériel. Ses expériences précédentes conduisent à formuler ainsi les probabilités conditionnelles de cet événement, noté S :
$P_F(S) = 0{,}2$; $P_A(S) = 0{,}5$; $P_C(S) = 0{,}1$; $P_I(S) = 0{,}4$.
a) Construire un arbre de probabilités.
b) Déterminer $P(S \cap A)$.
c) Calculer p(S).
d) L'internaute a finalement acheté un supplément. Déterminer la probabilité qu'il l'ait acheté sur le site canadien.

EXERCICE 9 : Chaque année, deux villages A et B organisent un concours sportif. Les concurrents tirent au sort un moyen de transport puis doivent relier le village A au village B le plus rapidement possible en utilisant ce moyen de transport et un parcours adapté.
Pour le tirage, on utilise une urne contenant 4 jetons indiscernables au toucher. Sur un premier jeton figure la lettre V , sur le second la lettre R, sur le troisième la lettre P et sur le dernier la lettre L.
Un concurrent tire au hasard un jeton :
– s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre V, il effectuera le trajet à vélo,
– s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre R, Il effectuera le trajet en roller,
– s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre P, il effectuera le trajet à pied,
– s'il tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisira librement son mode de transport parmi les trois précédents.
On observe que lorsqu'un concurrent tire le jeton sur lequel figure la lettre L, il choisit le vélo dans 70 % des cas, il choisit le roller dans 20 % des cas et il décide de faire le parcours à pied dans 10 % des cas.
1. Construire un arbre pondéré correspondant à la situation.
Pour les questions suivantes, on donnera les résultats arrondis au millième.
2. Calculer la probabilité qu'un concurrent effectue le trajet à vélo.
3. Sachant qu'un concurrent a effectué le trajet à vélo, quelle est la probabilité qu'il ait tiré le jeton sur lequel figure la lettre L ?

EXERCICE 10 :
Une entreprise fabrique des billes en bois sphériques grâce à deux machines de production A et B. L'entreprise considère qu'une bille peut être vendue uniquement lorsque son diamètre est compris entre 0,9 cm et 1,1 cm.
Une étude du fonctionnement des machines a permis d'établir les résultats suivants :
• 96% de la production journalière est vendable.
• La machine A fournit 60% de la production journalière.
• La proportion de billes vendables parmi la production de la machine A est 98%.
On choisit une bille au hasard dans la production d'un jour donné. On définit les événements suivants :
A: « la bille a été fabriquée par la machine A »;
B: « la bille a été fabriquée par la machine B »;
V: « la bille est vendable ».
1. Réaliser un arbre de probabilités de la situation (les probabilités sur les branches seront complétées au fur et à mesure de l'exercice).
2. Déterminer la probabilité que la bille choisie soit vendable et provienne de la machine A.
3. Justifier que $P(B \cap V) = 0{,}372$ et en déduire la probabilité que la bille choisie soit vendable sachant qu'elle provient de la machine B.
4. Un technicien affirme que 70% des billes non vendables proviennent de la machine B. A-t-il raison?

EXERCICE 11 :
Romane utilise deux modes de déplacement pour se déplacer entre son domicile et son lieu de travail :
le vélo ou les transports en commun.
Lorsque la journée est ensoleillée, Romane se déplace en vélo 9 fois sur 10.
Lorsque la journée n'est pas ensoleillée, Romane se déplace en vélo 6 fois sur 10.
La probabilité qu'une journée soit ensoleillée, dans la ville où habite Romane, est notée p.
Pour une journée donnée, on note :
• E l'évènement « La journée est ensoleillée » ;
• V l'évènement« Romane se déplace en vélo ».
1. Construire l'arbre pondéré représentant la situation.
2. Montrer que la probabilité que Romane se déplace en vélo lors d'une journée donnée est $P(V) = 0{,}3\,p + 0{,}6$.
3. On constate que dans 67,5 % des cas, c'est en vélo que Romane se déplace entre son domicile et son lieu de travail.
a. Calculer la valeur de p.
b. Sachant que Romane s'est déplacée en vélo, quelle est la probabilité que la journée soit ensoleillée ?

EXERCICE 12 : Dans un jeu de dominos, chaque domino est partagé en deux parties portant chacune un "numéro" de 0 à 6 représenté par des points, les deux parties pouvant ou non porter le même numéro. Tous les dominos sont différents. On appelle double un domino dont les deux parties portent le même numéro.
Touts les probabilités seront données sous forme de fraction irréductible.
1. Montrer que le nombre de dominos du jeu est 28.
2. Un joueur tire au hasard un domino du jeu.
a) Calculer la probabilité qu'il a d'obtenir un double.
b) Calculer la probabilité qu'il a d'obtenir un domino dont la somme des deux numéros soit divisible par 3.
3. Un joueur tire simultanément et au hasard deux dominos du jeu.
a) Calculer la probabilité qu'il a d'obtenir au moins un double.

EXERCICE 13 : Dans une kermesse un organisateur de jeux dispose de 2 roues de 20 cases chacune.
La roue A comporte 18 cases noires et 2 cases rouges.
La roue B comporte 16 cases noires et 4 cases rouges.
Lors du lancer d'une roue toutes les cases ont la même probabilité d'être obtenues.
La règle du jeu est la suivante :
- Le joueur mise 1 € et lance la roue A.
- S'il obtient une case rouge, alors il lance la roue B, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.
- S'il obtient une case noire, alors il relance la roue A, note la couleur de la case obtenue et la partie s'arrête.

1. Traduire l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Soient E et F les événements :
E : « à l'issue de la partie, les 2 cases obtenues sont rouges » ;
F : « à l'issue de la partie, une seule des deux cases est rouge ».
Montrer que $p(E) = 0{,}02$ et $p(F) = 0{,}17$.
3. Si les 2 cases obtenues sont rouges le joueur reçoit 10 €; si une seule des cases est rouge le joueur reçoit 2 €; sinon il ne reçoit rien.
X désigne la variable aléatoire égale au gain algébrique en euros du joueur (rappel le joueur mise 1 €).
a. Déterminer la loi de probabilité de X .
b. Calculer l'espérance mathématique de X et en donner une interprétation.

EXERCICE 14 : Dans une ville, une enquête portant sur les habitudes des ménages en matière d'écologie a donné les résultats suivants :
- 70 % des ménages pratiquent le tri sélectif ;
- parmi les ménages pratiquant le tri sélectif, 40 % consomment des produits bio ;
- parmi les ménages ne pratiquant pas le tri sélectif, 10 % consomment des produits bio.

On choisit un ménage au hasard (tous les ménages ayant la même probabilité d'être choisis) et on note :
T l'événement « le ménage pratique le tri sélectif »; B l'événement « le ménage consomme des produits bio ».
Les résultats seront donnés sous forme décimale.
1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a) Calculer la probabilité de l'événement : « le ménage pratique le tri sélectif et consomme des produits bio ».
b) Calculer la probabilité que le ménage consomme des produits bio.
3. Calculer la probabilité que le ménage pratique le tri sélectif sachant qu'il consomme des produits bio (le résultat sera donné sous forme décimale arrondie au centième).
4. Les événements T et B sont-ils indépendants ? Justifier.
5. Calculer la probabilité de l'événement $T \cup B$ puis interpréter ce résultat.
6. Cette ville décide de valoriser les ménages ayant un comportement écocitoyen. Pour cela, elle donne chaque année un chèque de 20 € aux ménages qui pratiquent le tri sélectif et un chèque de 10 € aux ménages qui consomment des produits bio sur présentation de justificatifs (les deux montants peuvent être cumulés).
Soit S la somme d'argent reçue par un ménage sur une année.
a) Donner la loi de probabilité de S.
b) Calculer l'espérance mathématique de S et interpréter ce résultat.
7. Soit X la variable aléatoire égale à la somme d'argent reçue par un ménage sur deux années.
Calculer l'espérance mathématique de X.