Exercice 1 : On étudie les familles de trois enfants. On considère que la probabilité d'avoir une fille est égale à celle d'avoir un garçon.
On pose X la variable aléatoire égale au nombre de filles de la famille.
1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Calculer son espérance et son écart-type.

Exercice 2 : Soit un jeu de 52 cartes; on tire deux cartes simultanément.
On compte les points d'honneur comme au bridge; As = 4, Roi = 3, Dame = 2, Valet = 1, 0 pour les autres.
On appelle X la V.A. qui, à chaque événement, fait correspondre la somme des valeurs attribuées.
1. Déterminer les valeurs prises par X.
2. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Déterminer l'espérance mathématique de X et son écart-type.
4. Que peut-on espérer gagner ?

Exercice 3 : On lance deux dés cubiques équilibrés.
Soit X la variable aléatoire égale à la somme des résultats obtenus, Y la variable aléatoire égale à la différence positive entre les résultats et Z la variable aléatoire égale à la plus grande valeur des résultats.
1. Déterminer les lois de probabilité de X, de Y et de Z.
2. Calculer leur espérance mathématique et leur écart-type.

Exercice 4 : Une urne contient 5 boules rouges et trois boules blanches ; un joueur a le choix entre deux jeux :
Jeu 1 : le joueur tire simultanément 2 boules de l'urne ;
Jeu 2 : le joueur tire successivement les deux boules avec remise.
Dans les deux cas, si les deux boules sont rouges, il perd 3 €, si les deux boules sont blanches, il perd 10 €, si les couleurs sont différentes, il gagne 4 € .
Soient X et Y les variables aléatoires respectives des gains du joueur des deux jeux.
1. Donner les lois de probabilité de X et de Y.
2. Quel est le jeu le plus intéressant pour le joueur ?

Exercice 5 : A une loterie, 10000 billets sont mis en vente. Il y a 5 lots gagnants de 1000 €, 10 de 500 €, 15 autres de 200 € et 20 de 100 €. Tout est vendu. Un billet coûte 5 €.
1. On achète un seul billet; combien peut-on gagner ?
2. Le gain dépend du tirage, c'est une variable aléatoire X. Déterminer la loi de probabilité de X.
3. Que peut-on espérer gagner ?

Exercice 6 : Les trois commerciaux d'une entreprise ont respectivement une probabilité de 0,1 ; 0,2 ; 0,3 de conclure un contrat chaque jour ouvrable.
La probabilité, pour chacun d'eux, de signer plusieurs contrats est nulle.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de contrats signés pour l'entreprise un jour donné.
1. Déterminer la loi de X.
2. Quelle est la probabilité de signer au moins un contrat ?
3. Déterminer l'espérance mathématique de X et son écart-type.

Exercice 7 : La demande journalière d'un article suit une variable aléatoire X définie dans le tableau ci-contre :
Soit Y la variable aléatoire de la demande sur deux jours.
1. Calculer E(X) et V(X) ; en déduire E(Y) et V(Y).
2. Préciser la loi de Y ; retrouver E(Y) et V(Y).

k	0	1	2	3
$p(X = k)$	0,1	0,5	0,3	0,1

Exercice 8 : On lance une pièce de monnaie équilibrée et on s'arrête la première fois que l'on obtient Face.
Soit X la variable aléatoire égale au nombre de lancers.
1. Déterminer la loi de X.
2. Quelle est la probabilité de l'événement « le nombre de lancers est supérieur ou égal à 3 ».
3. Déterminer l'espérance mathématique de X et son écart-type.

Exercice 9 : On considère une urne contenant trois boules blanches et une boule noire. On suppose que tous les tirages sont équiprobables. On tire une boule de l'urne, si elle est noire on s'arrête ; sinon on retire une boule sans remettre la première ; si elle est noire on s'arrête ; etc.
1. Utiliser un arbre de probabilités donnant toutes les situations possibles.
2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de boules tirées.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 10 : On considère un triangle ABC. Une fourmi se trouve au point A. Elle choisit au hasard d'aller en B ou en C (c'est un chemin). Puis, si elle est en B, elle choisit au hasard d'aller en A ou en C, etc...
La fourmi s'arrête lorsqu'elle revient en A. Elle réalise une suite de chemins appelée marche.
1. Réaliser un arbre de probabilités donnant les situations dont la marche est inférieure ou égale à 4 chemins.
2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de chemins de la marche.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 11 : On considère un carré ABCD. Une fourmi se trouve au point A. Elle choisit au hasard d'aller en B ou en D (c'est un chemin). Puis, si elle est en B, elle choisit au hasard d'aller en A ou en C, etc...
La fourmi s'arrête lorsqu'elle revient en A. Elle réalise une suite de chemins appelée marche.
1. Réaliser un arbre de probabilités donnant les situations dont la marche est inférieure ou égale à 6 chemins.
2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de chemins de la marche.
a) Déterminer la loi de probabilité de X.
b) Calculer son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 12 : Une urne contient n boules ($n \geq 7$) indiscernables au toucher dont 7 sont noirs et les autres sont blanches. On tire successivement et avec remise deux boules de cette urne. On note X la variable aléatoire indiquant le nombre de couleurs différentes lors d'un tirage.
1. Déterminer la loi de X en fonction de n.
2. Déterminer l'espérance mathématique de X en fonction de n.
3. Déterminer n pour que cette espérance soit maximale.

Exercice 13 : On lance un dé quatre fois de suite et on note X le nombre de lancers nécessaires pour obtenir le premier 6. Si l'on n'obtient pas de 6 au bout de quatre lancers, X prend la valeur 0.
Déterminer la loi de X, son espérance mathématique et son écart-type.

Exercice 14 : Dans une fête foraine, Luc décide de participer à un jeu qui se déroule de la manière suivante :
Luc tire au hasard un jeton dans une urne contenant quatre jetons rouges et deux jetons bleus.
• Si le jeton tiré est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre dans l'urne le premier jeton tiré, il tire au hasard un deuxième jeton dans l'urne.
• Si le deuxième jeton tiré est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre dans l'urne les deux jetons précédents, il tire au hasard un troisième jeton dans l'urne.
• Si le troisième jeton est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ;
sinon, le jeu s'arrête et Luc a perdu.
1. Construire l'arbre de probabilités.
2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de jetons tirés par Luc.
Déterminer la loi de S et son espérance mathématique.