Exercice 1 : Nombre de chiffres d'un nombre :

On sait que pour tout entier relatif p, $\log(10^p) = p$.

Soit n un nombre strictement positif tel que $10^{p} \leqslant n < 10^{p+1}$. Donner un encadrement de $\log(n)$.

Donner le nombre de chiffres qui composent n.

Trouver alors le nombre de chiffres des nombres suivants :

$A = 2^{2013}$; $B = 3^{158}$; $C = 5^{41} \times 2^{37}$; $D = 7^{100}$; $E = 100^{25} \times 2^{10}$.

Exercice 2 : Tracé de courbes

1. Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = 3\log(x)$.
2. Tracer la courbe représentative de la fonction g définie sur $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = -2\log(x)$.
3. En déduire le tracé de la courbe représentative de $f + g$.
4. Quelle est la fonction correspondant à la dernière courbe obtenue ?
5. Retrouver ce résultat en simplifiant l'expression $f(x) + g(x)$.

Exercice 3 : Tracé d'une courbe

Tracer la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \log(1 + 10^x)$.

1. Calculer $f(1)$, $f(2)$, $f(5)$, $f(10)$, $f(0,5)$, $f(0,2)$, $f(0,1)$.
2. Par quelle fonction g peut-on approcher la fonction f ?
3. Sur quel intervalle l'approximation est-elle inférieure à 10^{-2} ?

Exercice 4 : Résolution d'équation et logarithme

1. A l'aide du tracé des courbes représentatives de deux fonctions, résoudre dans $]0\,;+\infty[$ l'équation $x^{10} = 10^x$.
2. Montrer que cette équation est équivalente à $\dfrac{\log(x)}{x} = 0,1$.
3. A l'aide du tracé d'une fonction, retrouver la solution de l'équation $x^{10} = 10^x$.

Exercice 5 : Décibels et logarithme

1. Une voix humaine produit un son dont l'intensité I est égale à $10^6\,I_0$.
   Calculer le niveau sonore d(I), en décibels, atteint par cette voix humaine.
2. Dans cette question, I_1, et I_2 désignent des intensités quelconques;
   on suppose $I_1 \leqslant I_2$.

   a. Montrer que $d(I_2) - d(I_1) = 10 \log\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$.

   b. Calculer cette différence $d(I_2) - d(I_1)$, arrondie au dixième le plus proche, lorsque $I_2 = 2\,I_1$.

   c. Déterminer $\left(\dfrac{I}{I_0}\right)$ lorsque $d(I_2) - d(I_1) = 15$, puis justifier l'affirmation suivante : «115 décibels, c'est environ 32 fois plus fort que 100 décibels».

3. Calculer $\dfrac{I_1}{I_0}$, $\dfrac{I_2}{I_0}$ puis $\dfrac{I_2}{I_1}$ lorsque : I_1 correspond a un niveau sonore de 90 db (au-delà de ce niveau, on considère qu'il y a danger et risque de surdité) ; I_2 correspond à un niveau sonore de 120 db (c'est le niveau sonore atteint par un concert des « Who » en 1976).

Exercice 6 : Décibels et logarithme

Vérifier la validité de ce texte tiré du site: http://f5zv.pagesperso-orange.fr/RADIO/RM/RM11/RM11a01.html

- doubler la puissance de la source sonore équivaut à augmenter le niveau sonore de 3 décibels.
- quadrupler cette puissance augmente le niveau de 6 dB.
- multiplier par 10 la puissance augmente ce niveau de 10 dB.
- la multiplier par 100 ajoute 20 dB au niveau.

Exercice 7 : Ph d'une solution et logarithme

1. Calculer le pH pour des solutions dont les concentrations en ions H_3O^+ sont :

a) 10^{-2} mol.L $^{-1}$;

b) 10^{-10} mol.L $^{-1}$;

c) $6,3 \times 10^{-3}$ mol.L $^{-1}$;

préciser si la solution est acide ou basique.

2. Calculer la concentration en ions $[H_3O^+]$ d'une solution neutre.

Exercice 8 : Échelle logarithmique et période de planètes

Représenter dans un repère log-log la période de certaines planètes en fonction du demi-grand axe de leur trajectoire (lois de Kepler).

La même série de données en repère cartésien conduit à un tassement des premiers points pour permettre le placement du dernier point et montre des points se plaçant vaguement sur une courbe représentative d'un polynôme comme sur la figure ci-dessous.

Planète	demi grand axe en 10^9 m	période en $10^6 s$
Mercure	57,9	7,58
Vénus	108,2	19,36
Terre	149,6	31,47
Mars	227,9	59,19
Jupiter	778,3	373,32