

LE CANDIDAT TRAITERA OBLIGATOIREMENT TROIS EXERCICES  
**OBLIGATOIREMENT : L'EXERCICE 1 ET L'EXERCICE 2**  
**AU CHOIX : L'EXERCICE 3 OU L'EXERCICE 4.**

**L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.**

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

**EXERCICE 1 : OBLIGATOIRE (8 points)**

1) On considère la fonction  $g$  définie sur  $[-2 ; 2]$  par  $g(x) = e^x - e^{-x}$

- a) Calculer des valeurs approchées à  $10^{-2}$  près de  $g(-2)$  et  $g(2)$ .
- b) Calculer  $g(0)$ .
- c) Trouver la fonction dérivée de  $g$  et montrer que  $g'(x) > 0$  pour tout  $x$  dans  $[-2 ; 2]$
- d) En déduire le tableau de variation de la fonction  $g$ .
- e) Pour quelles valeurs de  $x$  a-t-on  $g(x) > 0$  ?

2°) On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-2 ; 2]$  par  $f(x) = e^x + e^{-x}$ .

On appelle  $C_f$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  (unité: 3 cm).

- a) Montrer que  $f'(x) = g(x)$ .
- b) En déduire le tableau de variation de  $f$ .
- c) Tracer la courbe représentative de  $f$ .

3°) La courbe précédente s'appelle une chaînette parce qu'elle correspond à la forme obtenue lorsque on laisse pendre une chaîne maintenue aux deux extrémités. Galilée pensait que cette courbe devait être une parabole. Nous allons voir que ce n'est pas le cas.

Soit  $h$  la fonction définie sur  $[-2 ; 2]$  par  $h(x) = a \cdot x^2 + b$ .

- a) Montrer que l'on a  $h(0) = f(0)$  et  $h(2) = f(2)$ , si et seulement si  $\begin{cases} b = 2 \\ 4a + b = e^2 + e^{-2} \end{cases}$ .

- b) Donner une valeur approchée de  $a$  à  $10^{-2}$  près.
- c) En déduire une valeur approchée de  $f(1) - h(1)$  à  $10^{-2}$  près.
- d) Conclure.

**EXERCICE 2 : OBLIGATOIRE (6 points)**

Un industriel qui produit des ampoules électriques a effectué une étude statistique pour connaître la durée de vie de ces ampoules. Les résultats sont résumés dans le tableau suivant.

Durée de vie en heures	$[0 ; 7000[$	$[7000 ; 8000[$	$[8000 ; 9000[$	$[9000 ; 10000[$	Plus de 10000
Pourcentage	10	20	40	20	10

1) On choisit une ampoule au hasard parmi la production de l'industriel et on note :

- $A$  l'événement « la durée de vie de l'ampoule est supérieure à 8000 heures ».
- $B$  l'événement « la durée de vie de l'ampoule est supérieure à 10000 heures ».

- a) Donner les probabilités  $p(A)$  et  $p(B)$ .
- b) Justifier que  $p(A \cap B) = p(B)$ .
- c) En déduire la probabilité conditionnelle  $p_A(B)$ .

2°) On choisit maintenant deux ampoules au hasard parmi la production de l'industriel et on note :

- C l'événement « la durée de vie de la première ampoule est supérieure à 10000 heures ».
- D l'événement « la durée de vie de la deuxième ampoule est supérieure à 10000 heures ».

- a) Les événements C et D sont indépendants. En déduire  $p(C \cap D)$ .
- b) Calculer  $p(C \cup D)$ .
- c) On place ces deux ampoules sur un plafonnier dans un bureau. Quelle est la probabilité que l'on puisse éclairer ce bureau plus de 10000 heures sans changer d'ampoule ?

**Rappel :**  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$        $p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$

### **EXERCICE 3 (au choix) : (6 points)**

On note  $\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$  l'écriture d'un nombre en base dix dont les chiffres sont  $a, b, c$  et  $d$ .

- 1°) a) Déterminer le reste de la division euclidienne de 100 par 11, puis de 1000 par 11.
- b) Montrer que si un nombre entier  $n$  vérifie  $n \equiv 10 \pmod{11}$  alors on peut aussi écrire  $n \equiv -1 \pmod{11}$
- c) En déduire que si  $\overline{abcd}$  est divisible par 11 alors  $-a + b - c + d$  est aussi divisible par 11.
- 2°) a) Les nombres du type  $\overline{abba}$  sont-ils divisibles par 11 ?
- b) Pour quelle valeur de  $a$ , le nombre  $\overline{1a1}$  est-il divisible par 11 ?
- c) Pour quelle valeur de  $a$ , le nombre  $\overline{9a9}$  est-il divisible par 11 ?
- 3°) À quelles conditions les nombres du type  $\overline{aab}$  sont-ils divisibles par 11 ?

### **EXERCICE 4 (au choix) : (6 points)**

- 1°) Soit ABC un triangle quelconque et I, J et K les milieux des côtés [BC], [AC] et [AB].
    - a) Faire une figure.
    - b) Démontrer que AJIK est un parallélogramme. Donner deux autres parallélogrammes du même type.
    - c) Sur la figure 1 de l'annexe 1, construire à la règle et au compas le triangle dont les points I, J et K sont les milieux des côtés.
  - 2°) Soit ABC un triangle quelconque et P, Q et R les pieds des hauteurs passant par A, B et C.
    - a) Faire une figure.
- On admet que les hauteurs du triangle ABC sont les bissectrices du triangle PQR.
- b) Expliquer comment on peut construire à la règle et au compas un triangle ABC dont on connaît les pieds des hauteurs P, Q et R.
  - c) Effectuer la construction sur la figure 2 de l'annexe 1 (à rendre avec la copie).

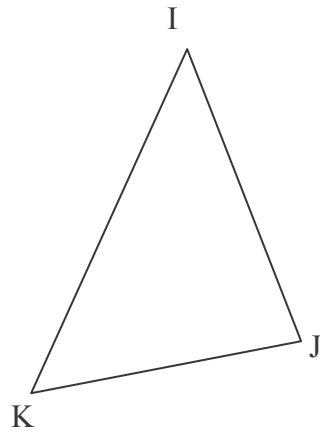


Figure 1

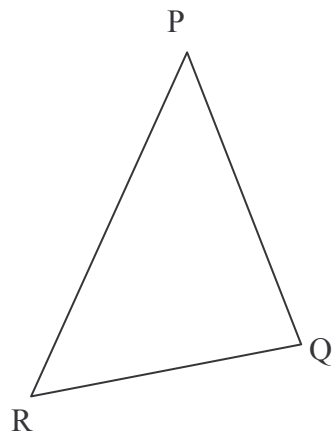


Figure 2 :