

☺ Baccalauréat L Liban 6 juin 2005 ☺

Le candidat doit traiter les trois exercices

EXERCICE 1

7 points

Partie A

La production d'une entreprise peut être modélisée par une suite arithmétique (u_n) telle que, pour tout entier naturel non nul n , u_n désigne le nombre d'appareils produits l'année n .

La 1^{re} année, la production est de 7500 appareils ; on a donc $u_1 = 7500$.

La 6^e année, la production est de 12000 appareils ; on a donc $u_6 = 12000$.

1. Montrer que la raison de la suite (u_n) est 900.
2. Pour tout entier naturel non nul n , exprimer u_n en fonction de n .
3. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale?

Partie B

Une autre entreprise produit la 1^{re} année 7500 appareils. On notera, pour tout entier naturel non nul n , v_n , le nombre d'appareils produits l'année n . On a donc $v_1 = 7500$. La production annuelle de cette entreprise augmente de 10% chaque année.

1. Calculer v_2 et v_3 .
2. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique. Donner sa raison.
3. Pour tout entier naturel non nul n , exprimer v_n en fonction de n .
4. Au bout de combien d'années la production aura-t-elle dépassé le triple de la production initiale?
5. Combien d'appareils l'entreprise aura-t-elle produit en 13 ans?

$$\text{Rappel: pour } q \neq 1, \quad 1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

EXERCICE 2

7 points

Pour engager du personnel, une entreprise organise des tests de sélection.

Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60% d'hommes.

Une étude statistique montre que l'entreprise engage 70% des hommes candidats et 80% des femmes candidates.

RAPPEL : La probabilité conditionnelle de A sachant B est $P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.

Partie A

À l'issue des tests, on interroge une personne au hasard parmi tous tes candidats.

On note

- H l'évènement « la personne est un homme » ;
- F l'évènement « la personne est une femme » ;
- E l'évènement « la personne est engagée » ;
- \bar{E} l'évènement complémentaire (ou contraire) de E.

1.
 - a. Quelle est la probabilité $p(F)$ que la personne interrogée soit une femme?
 - b. Quelle est la probabilité que la personne interrogée ne soit pas engagée, sachant que c'est une femme?

2. Construire un arbre de probabilité illustrant cette situation.
3. Calculer la probabilité $p(\bar{E} \cap F)$ que la personne interrogée soit une femme et qu'elle ne soit pas engagée.
4. Montrer que $p(\bar{E}) = 0,26$.

Partie B

Dans cette partie les résultats seront donnés sous forme de valeurs approchées arrondies au millième.

À l'issue des tests on interroge 4 personnes au hasard. On considérera que ces 4 choix sont deux à deux indépendants.

1. Quelle est la probabilité qu'aucune des 4 personnes ne soit engagée?
2. Quelle est la probabilité qu'au moins une des 4 personnes ne soit pas engagée?
3. Quelle est la probabilité que 2 personnes exactement soient engagées?

EXERCICE 3**6 points**

1. Quel est le reste de la division euclidienne de 5 par 8?
Quel est le reste de la division euclidienne de 5^2 par 8?
2. Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{86} par 8?
Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{87} par 8?
3. Quel est le reste de la division euclidienne de 965^{87} par 8?
4. Soit n un entier naturel.
Montrer que $5^{2n+1} + 5^{2n} + 2$ est un multiple de 8.