<u>CORRECTION DEVOIR MAISON N° 7 TERMINALE L</u>

<u>EXERCICE 1 :</u> a) Le mot NUAGE correspond à la suite de nombres: 13 20 0 6 4. Pour chacun des nombres n, on calcule $17n + 40$ et on détermine le reste dans la division par 26:

$17 \times 13 + 40 = 261$ et le reste est 1, la lettre correspondante est B.

$17 \times 20 + 40 = 380$ et le reste est 16, la lettre correspondante est Q.

$17 \times 0 + 40 = 40$ et le reste est 14, la lettre correspondante est O.

$17 \times 6 + 40 = 142$ et le reste est 12, la lettre correspondante est M.

$17 \times 4 + 40 = 108$ et le reste est 4, la lettre correspondante est E. Le mot codé est BQOME.

b) On cherche dans les multiples de 17 un nombre dont le reste dans la division par 26 donne 1: $p = 23$. En effet, $17 \times 23 = 391$ et $391 = 15 \times 26 + 1$.

c) On a $p\,f(n) = p(\,17n + 40\,) = 23 \times 17n + 23 \times 40 \equiv n + 10 \ [26]$, car $23 \times 40 = 920 = 26 \times 35 + 10$.

On en déduire que $n = n + 10 - 10 \equiv p\,f(n) - 10 \ [26]$.

d) Pour décoder le mot SQROMOB, on associe les lettres aux nombres : 18 16 17 14 12 14 1. Chaque nombre correspond à $f(n)$, et on cherche n. On calcule $p\,f(n) - 10$: $23 \times 18 - 10 = 404 = 26 \times 15 + 14$, la lettre correspondante est O, ainsi de suite, et on trouve pour les autres nombres: 20 17 0 6 0 13, qui donne le mot: OURAGAN.

<u>EXERCICE 2 :</u> 1. a) La dérivée de la fonction f est $f'(x) = e^x - 2$. Cette dérivée est positive si $e^x - 2 \geqslant 0$, soit $e^x \geqslant 2$, soit $x \geqslant \ln 2$. Donc la fonction f est croissante sur [ln2; 1] et décroissante sur [0; ln2].

Le tableau de variations de f :

x	0		ln2		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$f(\ln 2)$	↗	$e - 1$

b) La fonction f admet un minimum pour $x = \ln 2$, ce minimum est égal à $f(\ln 2) = e^{\ln 2} - 2\ln 2 + 1 = 3 - 2\ln 2 > 0$, donc $f(x)$ est strictement positif sur [0; 1].

2. a) La dérivée de g est $g'(x) = e^x - 2x + 1 = f(x)$, donc $g'(x)$ a le même signe que $f(x)$ sur [0; 1], soit strictement positive.

b) Donc la fonction g est strictement croissante sur [0; 1]. Le tableau de variations de g :

x	0		1
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	0	↗	$e - 1$

c) Les solutions de l'équation $g(x) = 0$ apparaissent dans le tableau de variations: il n'y en a qu'une, c'est 0 $g(0) = 0$.

3. a) équation de la tangente à la courbe représentative de g aux points d'abscisse 0 et ln2: En 0 : $y = g'(0)(x - 0) + g(0) = 2x$.

En ln2: $y = g'(\ln 2)(x - \ln 2) + g(\ln 2) =$

$(3 - 2\ln 2)(x - \ln 2) + 1 - (\ln 2)^2 + \ln 2 = (3 - 2\ln 2)x + (\ln 2 - 1)^2$.

b) Représentation graphique de g sur [0; 1] :