BACCALAUREAT SERIE L - ANTILLES - EPREUVE FACULTATIVE JUIN 2003

**Durée : 3 heures**

**Le candidat doit traiter 3 exercices : obligatoirement les exercices 1 et 2 et au choix, l'exercice 3 ou l'exercice 4.**

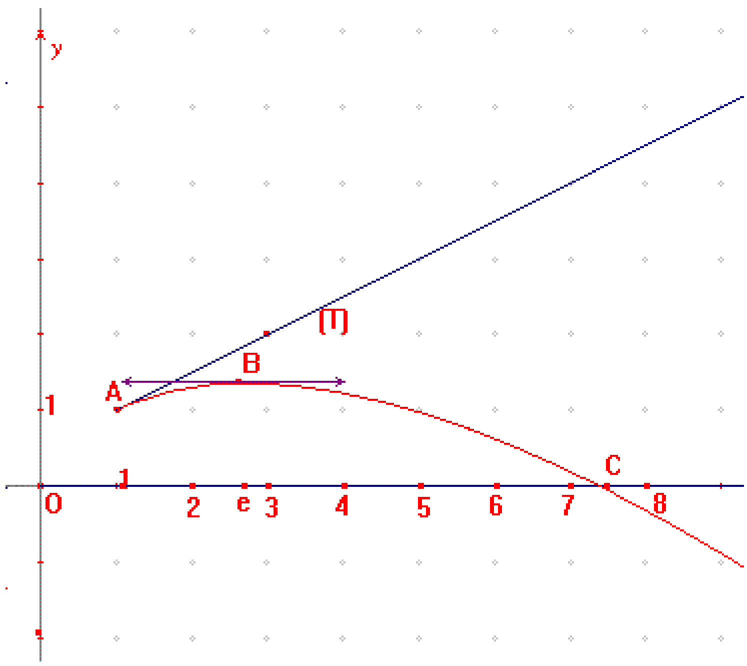
## Exercice 1 ( 7 points)

La courbe (G) ci-dessous représente dans un repère orthonormal une fonction f définie sur $[1; +\infty[$

On note f ' la fonction dérivée de f sur cet intervalle.

La droite (T) est tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point A(1 ; 1)

La tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point d'abscisse e est parallèle à l'axe des abscisses.




### 1 - Par lecture graphique

a) Donner le coefficient directeur de la droite (T)

b) Donner f(1) et f '(e)

c) Déterminer les réels x de l'intervalle $[1; +\infty[$ qui vérifient $f'(x) \leq 0$

d) En traçant le plus précisément possible la tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point C, lire le coefficient directeur de cette tangente.

2 - On admet que la fonction f est définie sur $[1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x}{2}(2 - \ln(x))$

a) Calculer l'ordonnée du point B d'abscisse e

b) Déterminer l'abscisse du point C , intersection de la courbe $(\Gamma)$ avec l'axe des abscisses.

3 - La dérivée f ' de f est définie sur $[1; +\infty[$ par $f'(x) = k \ln(\frac{e}{x})$ où k est un nombre réel donné.

a) Vérifier le résultat donné pour f '(e) à la question 1

b) Déterminer le réel k sachant que $f'(e^2) = -\frac{1}{2}$

c) Donner une équation de la tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point C

d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (T) et de la tangente à la courbe $(\Gamma)$ au point C.

## Exercice 2 ( 7 points )

Le numéro I.N.S.E.E est constitué de 15 chiffres. En lisant de gauche à droite :

- le premier chiffre est 1 s'il s'agit d'un homme et 2 s'il s'agit d'une femme
- les deux chiffres suivants désignent les deux derniers chiffres de l'année de naissance
- les deux chiffres suivants désignent le mois de naissance
- les deux chiffres suivants désignent le département de naissance
- les trois chiffres suivants désignent la commune de naissance
- les trois chiffres suivants désignent le numéro d'inscription sur le registre d'état-civil
- les deux chiffres suivants désignent la clé K, calculée de la manière suivante :
  - soit A le nombre entier constitué par les 13 chiffres de gauche
  - soit r le reste de la division euclidienne de A par 97
  - alors K = 97 - r

Les 13 premiers chiffres (sans la clé) du numéro I.N.S.E.E de Sophie sont 2850786183048.
On note A ce nombre et r le reste de la division euclidienne de A par 97.
1°) Donner le mois de l'année de naissance de Sophie
2°)

a) Déterminer les deux entiers a et b tels que $A = a \times 10^6 + b$ avec $0 \le b < 10^6$
b) En utilisant le reste de 100 dans sa division euclidienne par 97 , montrer que $10^6 \equiv 27$ (modulo 97)
c) En déduire le reste r de la division euclidienne de A par 97

3°) Déterminer la clé K du numéro I.N.S.E.E de Sophie

4°) Sophie, à qui l'on demande les treize premiers de son numéro I.N.S.E.E , inverse les deux derniers chiffre et répond 2850786183084 à la place de 2850786183048
On note B la réponse de Sophie

a) Calculer la différence B - A et en déduire que le reste de la division euclidienne de B par 97 est égal à 21
b) L'erreur faite par Sophie peut-elle être détectée ?

## Exercice 3 ( 6 points)

*On donnera les résultats sous forme irréductible.*

On dispose d'un damier dont chacune des neuf cases est marquée d'un des trois nombres 1, 2 et 3 selon le schéma ci-contre :

| | | |
|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** |
| **2** | **3** | **1** |
| **3** | **1** | **2** |

On répartit au hasard trois pions indiscernables sur le damier (un pion par case) et on appelle S la somme des trois nombres marqués sur les trois cases occupés par les pions.
Les répartitions sont toutes équiprobables.

1°) Ecrire le triangle de Pascal jusqu'à la dixième ligne et en déduire $\binom{9}{3}$

2°) On considère les événements E, F et G suivants :
E :" La somme S est égale à 3"
F : " La somme S est égale à 9 "
G : " La somme S est égale à 6 "

a) Déterminer les probabilités p(E) et p(F) des événements E et F

b) Montrer que la probabilité de l'événement G est égale à $\frac{1}{3}$

3°) Soit A l'événement :" La somme S et divisible par 3 " et B l'événement : " Les trois pions sont alignés en colonne, en ligne ou en diagonale"

a) Déterminer les probabilités p(A) et p(B) des événements A et B

b) Calculer la probabilité $P_A(B)$ de l'événement B sachant que A est réalisé

c) Les événements A et B sont-ils indépendants ?

## Exercice 4 ( 6 points)

La population d'une ville augmente régulièrement de 10 % par an. En l'an 2000, elle était de 8000 habitants.

1°) On désigne par $u_n$ le nombre théorique d'habitants estimé pour l'année (2000 + n). On a donc $u_0 = 8000$

a) Calculer les termes $u_1$ et $u_2$

b) Exprimer $u_{n+1}$ en fonction de $u_n$ . En déduire l'expression du terme $u_n$ en fonction de n.

c) Calculer le nombre d'habitants prévu pour l'année 2006.

d) Déterminer en quelle année la population aura doublé.

2°) On note $v_n$ l'augmentation par rapport à l'année précédente du nombre d'habitants constatée l'année (2000 + n). On a donc, pour tout entier naturel n non nul, $v_n = u_n - u_{n-1}$

a) Calculer les termes $v_1$ et $v_2$

b) Exprimer le terme général $v_n$ en fonction de n

c) Calculer la somme $v_1 + v_2 + \ldots + v_n$ en fonction de n. Vérifier , pour le cas particulier n = 6, le résultat obtenu en 1°) c)