

EXERCICE 1 : Le but du problème est de montrer que la courbe L représentative de la fonction logarithme népérien est toujours située entre la droite (d) d'équation $y = x - 1$ et la courbe C représentative de la fonction f définie par $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$.

1. On pose $g(x) = \ln x - x + 1$. Préciser l'ensemble de définition de la fonction g .

Étudier les variations de la fonction g sur son ensemble de définition et en déduire son signe.

2. On pose $h(x) = 1 - \frac{1}{x} - \ln x$. Préciser l'ensemble de définition de la fonction h .

Étudier les variations de la fonction h sur son ensemble de définition et en déduire son signe.

3. En déduire la position des trois courbes L, C et (d). Préciser les éventuels points d'intersection en justifiant la réponse.

EXERCICE 2 : On considère les courbes C et C' représentatives des fonctions logarithme népérien et racine carrée. On cherche à connaître la position relative des courbes C et C' et leur(s) éventuel(s) point(s) d'intersection. Pour cela, on considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x} - \ln x$.

1. Déterminer la fonction dérivée de f . (Rappel : la dérivée de \sqrt{x} sur $]0; +\infty[$ est $\frac{1}{2\sqrt{x}}$)

2. Étudier les variations de la fonction f et en déduire son signe.

3. Répondre à la question de l'exercice.