CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 1 TERMINALE L

EXERCICE 1 :

(u_n) arithmétique, $u_1 = 7$, de raison r, $u_6 = 10{,}75$.

On a : $u_6 = u_1 + 5r$ donc $10{,}75 = 7 + 5r$ soit $5r = 3{,}75$, ou $r = 0{,}75 = \frac{3}{4}$.

On a donc $u_{25} = 7 + 24 \times \frac{3}{4} = 25$. On a besoin de $u_{10} = u_1 + 9r = 13{,}75$.

Et la somme des 10 premiers termes de la suite $= \sum_{k=1}^{k=10} u_k = 10\frac{u_1+u_{10}}{2} = 10\frac{7+13{,}75}{2} = 103{,}75$.

EXERCICE 2 :

Formule A : Sur 10 ans : $2000 + 10 \times 100 = 3000$ euros.
Sur n ans : $2000 + 100n$.
En 10 ans l'abonnement est de 3000 euros et de $2000 + n \times 100$ en n années .

Formule B : une cotisation annuelle initiale de 200 € qui augmente de 10 % par an.
Dès la seconde année, pour fidéliser la clientèle, on effectue une réduction de 10 € sur la cotisation annuelle.
a. Augmenter de 10% c'est multiplier par $(1+ 0{,}1) = 1{,}1$.
$b_2 = 1{,}1 \times 200 - 10 = 210$; $b_3 = 1{,}1 \times 210 - 10 = 221$.

b. pour tout entier n supérieur ou égal à 1 on a : $b_{n+1} = 1{,}1\, b_n - 10$, car on augmente b_n *de* 10 % ce qui revient à multiplier par 1,1 et on retranche les 10 € de réduction .

3. $d_n = b_n - 100$

a) $d_1 = b_1 - 100 = 100$
$d_2 = b_2 - 100 = 210 - 100 = 110$
$d_3 = b_3 - 100 = 221 - 100 = 121$

b) pour tout entier n supérieur ou égal à 1 on a : $d_{n+1} = b_{n+1} - 100 = 1{,}1\, b_n - 10 - 100$ car $b_{n+1} = 1{,}1\, b_n - 10$; $d_{n+1} = 1{,}1\, b_n - 110 = 1{,}1\,(b_n - 100) = 1{,}1\, d_n$.
Donc pour tout entier n supérieur ou égal à 1 on a : $d_{n+1} = 1{,}1\, d_n$
La suite (d_n) est donc géométrique de raison q = 1,1 et de premier terme $d_1 = 100$

c) (d_n) étant géométrique on a : $d_n = d_1 q^{n-1} = 100 \times 1{,}1^{n-1}$

et $b_n = d_n + 100 = 100 \times 1{,}1^{n-1} + 100$.

d) La cotisation la dixième année est $b_{10} = 100 \times 1{,}1^9 + 100 = 335{,}79$ €.
La somme versée S au club pendant 10 ans est :

$S = b_1 + b_2 + \ldots + b_9 + b_{10} = \sum_{k=1}^{k=10} b_k = \sum_{k=1}^{k=10} d_k + 100 = \sum_{k=1}^{k=10} d_k + 1000 = d_1 \times \frac{1-(1{,}1)^{10}}{1-1{,}1} + 1000 =$
$100(-10)(1 - (1{,}1)^{10}) + 1000 = 1000((1{,}1)^{10} - 1) + 1000 \simeq 2593{,}75$ €

EXERCICE 3 :

On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = x^2 - 4x + 1$.
a) La fonction dérivée de f est $f'(x) = 2x - 4$.
b) On a $f'(x) > 0$ si $2x - 4 > 0$ soit $x > 2$; donc $f'(x)$ est positive sur $]-\infty; 2]$ et négative sur $[2; +\infty[$.
c) Le tableau de variations de f :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

d) L'équation $f(x) = 3$ est équivalente à $x^2 - 4x + 1 = 3$, soit $x^2 - 4x - 2 = 0$, soit $(x-2)^2 - 4 - 2 = 0$,
soit $(x-2)^2 - 6 = 0$, on factorise: $(x - 2 - \sqrt{6})(x - 2 + \sqrt{6}) = 0$. Les solutions sont $2 + \sqrt{6}$ et $2 - \sqrt{6}$.