

EXERCICE 1 **7 points**

On considère les nombres de la forme $A(n) = 2^n + 3$.

- Calculer $A(n)$ pour $n = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$.
- Parmi les nombres obtenus, préciser ceux qui sont premiers.
- Pour les autres, donner leur décomposition en produit de facteurs premiers.
- Montrer que $A(13)$ est divisible par $A(3)$.
- A-t-on $A(23)$ divisible par $A(3)$?

EXERCICE 2 **7 points**

- Quel est le reste de la division euclidienne de 5 par 8?
Quel est le reste de la division euclidienne de 5^2 par 8?
- Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{86} par 8?
Quel est le reste de la division euclidienne de 5^{87} par 8?
- Quel est le reste de la division euclidienne de 965^{87} par 8?
- Soit n un entier naturel. Montrer que $5^{2n+1} + 5^{2n} + 2$ est un multiple de 8.

EXERCICE 3 **6 points**

- On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - \ln x + 4$.
 - Montrer que la fonction dérivée f' de f s'écrit $f'(x) = \frac{x-1}{x}$ et étudier le signe de $f'(x)$.
 - Dresser le tableau de variations de la fonction f . Préciser le signe de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
 - Résoudre l'équation $f(x) = x$.
- Résoudre l'équation $\ln(x+1) = \ln(2x-1) + \ln 3$.