

EXERCICE 1 7 points

1. On considère la fonction f définie sur $[-2; 2]$ par $f(x) = e^x - (x + 1)$.
- Déterminer la dérivée de f et étudier son signe sur $[-2; 2]$.
 - Dresser le tableau de variations de f sur $[-2; 2]$.
 - En déduire le signe de $f(x)$ sur $[-2; 2]$.
2. On considère la fonction g définie sur $[-2; 2]$ par $g(x) = e^x - (x + 1 + \frac{x^2}{2})$.
- Déterminer la dérivée de g et étudier son signe en utilisant la question 1.
 - Dresser le tableau de variations de g sur $[-2; 2]$.
 - En déduire le signe de $g(x)$ sur $[-2; 2]$.
3. En déduire que pour $x \in [-2; 0]$, $x + 1 \leq e^x \leq x + 1 + \frac{x^2}{2}$.
4. La droite d'équation $y = x + 1$ est-elle tangente à la courbe représentative de la fonction exponentielle ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 7 points

Voici les premiers vers d'un poème de Jacques Prévert : « Le cancre ».

Il dit non avec la tête
 Mais il dit oui avec le coeur
 Il dit oui à ce qu'il aime
 Il dit non au professeur

Chacun des 26 mots de ces vers est inscrit sur une carte. On obtient ainsi la répartition suivante :

| | | | | | | | | |
|----------|----|-------|-----|------|----|------|------|------------|
| mots | il | dit | non | avec | la | tête | mais | oui |
| effectif | 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| mots | le | coeur | à | ce | qu | aime | au | professeur |
| effectif | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

On a ainsi un jeu de 26 cartes. Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

- On tire successivement trois cartes au hasard parmi les 26.
 - Les tirages s'effectuent sans remise, calculer la probabilité d'obtenir, dans l'ordre « il dit non ».
 - Les tirages s'effectuent avec remise, calculer la probabilité d'obtenir exactement une fois le mot « non ».
- On tire au hasard et simultanément trois cartes au hasard parmi les 26.
 - Calculer la probabilité d'obtenir trois verbes.
 - Calculer la probabilité d'obtenir ensemble les trois mots « il », « dit » et « non ».
 - Calculer la probabilité d'obtenir au moins une fois le mot « non ».

EXERCICE 3 6 points

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes.

On considère les événements suivants :

A : « on tire un trèfle » ; B : « on tire un roi » ; C : « on tire une carte noire » ;

- Quel est le nombre d'éléments de l'univers Ω ?
- Déterminer la probabilité des événements A, B, C.

Soit $E = A \cap B$, $F = A \cap C$ et $G = C \cap B$.

- Déterminer la probabilité des événements E, F, G et $A \cup B$, $A \cup C$, \bar{A} .
- Que peut-on dire des événements A et C ?