CORRECTION DEVOIR SURVEILLE N° 2 TERMINALE L

EXERCICE 1 : 1. a) La dérivée de f est $f'(x) = 2x - 1$. Cette fonction s'annule pour $x = ½$.

b) On a $f'(x) > 0$ pour $2x - 1 > 0$, soit $x > ½$. Cette dérivée est négative sur $]-\infty\,;\,½\,]$ et positive sur $[\,½\,;\,+\infty[$.

c) Le tableau de variation de f :

x	$-\infty$		½		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-9/4	↗	$+\infty$

La valeur de l'extremum (qui est un minimum) de f est $f(1/2) = -9/4$.

d) Pour résoudre l'équation $f(x) = 0$, on trouve la forme canonique de $f(x) = x^2 - x - 2 = (x - ½)^2 - ¼ - 2 = (x - ½)^2 - 9/4 =$ $(x - ½ - 3/2)(x - ½ + 3/2) = (x - 2)(x + 1)$. Les solutions sont donc 2 et -1.

e) Le signe de $f(x)$ est donc du signe de $a = 1 > 0$ pour les valeurs de x extérieurs aux racines et < 0 pour les valeurs entre les racines, soit $f(x) < 0$ pour $x \in\,]-1\,;\,2\,[$.

2. a) La dérivée de $g(x)$ est égale à $g'(x) = 3x^2 - 3x - 6 = 3(x^2 - x - 2) = 3\,f(x)$.

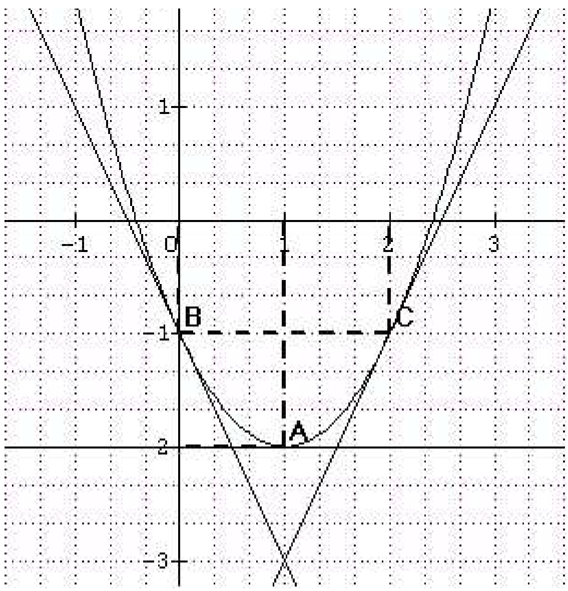
b) Donc le signe de $g'(x)$ est celui de $f(x)$. D'où le tableau de variation de g :

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$\frac{11}{2}$	↘	-8	↗	$+\infty$

c) $\frac{11}{2}$ est le maximum local de g atteint en $x = -1$ et -8 est le minimum local de g atteint en $x = 2$.

EXERCICE 2 :

La courbe $\mathcal{C}$ ci-contre est le graphe d'une fonction f définie sur $[-1\,;\,3]$. On a tracé les tangentes à la courbe aux points d'abscisses 0 , 1 et 2.



a. Par lecture graphique,
$f(0) = -1$, $f(1) = -2$ et $f(2) = -1$.

b. Par lecture graphique, $f'(0) = -2$, $f'(1) = 0$ et $f'(2) = 2$.

c. Une équation de la tangente à $\mathcal{C}$ en B : cette tangente passe les points B(0; $-$ 1) et le point (1; $-$ 3). Le coefficient directeur de cette tangente est $f'(0) = -2$ et l'ordonnée à l'origine est -1. Donc son équation est $y = -2x - 1$.

d. La fonction représentée est définie par
$f(x) = x^2 + bx + c$ où b et c sont deux réels.
On a $f(0) = c = -1$ et $f(1) = 1 + b + c = -2$,
donc $b = -2$. Ainsi, $f(x) = x^2 - 2x - 1$.
$f(1 + \sqrt{2}) = (1 + \sqrt{2})^2 - 2(1 + \sqrt{2}) - 1 =$
$1 + 2\sqrt{2} + 2 - 2 - 2\sqrt{2} - 1 = 0$.
$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 - 2(1 - \sqrt{2}) - 1 =$
$1 - 2\sqrt{2} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} - 1 = 0$.
Le tableau de signe de f sur $[-1\,;\,3]$.

x	-1		$1 + \sqrt{2}$		$1 - \sqrt{2}$		3
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

e. La fonction f est la dérivée d'une fonction F définie sur l'intervalle $[-1\,;\,3]$.
Le tableau de variation de F sur l'intervalle $[-1\,;\,3]$:

x	-1		$1 + \sqrt{2}$		$1 - \sqrt{2}$		3
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
F(x)		↗		↘		↗	