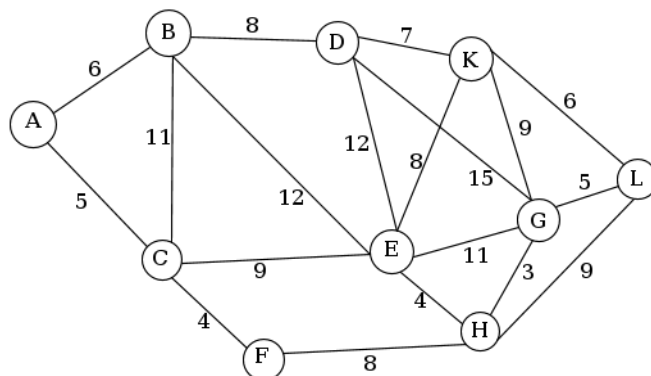


EXERCICE 1 : Un groupe d'amis organise une randonnée dans les Alpes.

On a représenté par le graphe ci-dessous les sommets A, B, C, D, E, F, G, H, K, L par lesquels ils peuvent choisir de passer. Une arête entre deux sommets coïncide avec l'existence d'un chemin entre les deux sommets.



1. a) Donner le tableau des degrés du graphe.

b) Justifier que le graphe est connexe.

2. Le groupe souhaite passer par les dix sommets en passant une fois et une seule par chaque chemin.

Démontrer que leur souhait est réalisable. Donner un exemple de trajet possible.

Le groupe peut-il revenir à son point de départ ?

3. Le groupe souhaite associer chaque sommet à

une couleur de sorte que les sommets reliés par un chemin n'ont pas la même couleur. On note n le nombre chromatique du graphe.

a) Montrer que $4 \leq n \leq 7$.

b) Proposer un coloriage du graphe permettant de déterminer son nombre chromatique.

4. Le groupe se trouve au sommet A et souhaite se rendre au sommet L. Les durées en heures entre chaque sommet ont été ajoutées sur le graphe.

Indiquer une chaîne qui minimise la distance du trajet. Justifier la réponse.

EXERCICE 2 : L'Allemagne est une fédération de 16 états appelés *Bundesländer* :

Nord:

1- Schleswig-Holstein

2- Mecklembourg-Poméranie occidentale

(*Mecklenburg-Vorpommern*)

3- Hambourg, ville-État (*Hamburg*)

4- Brême, ville-État (*Bremen*)

5- Basse-Saxe (*Niedersachsen*)

Ouest:

6- Rhénanie-du-Nord-Westphalie (*Nordrhein-Westfalen*)

7- Rhénanie-Palatinat (*Rheinland-Pfalz*)

8- Sarre (*Saarland*)

Centre:

9- Hesse (*Hessen*)

10- Thuringe (*Thüringen*)

Est:

11- Saxe-Anhalt (*Sachsen-Anhalt*)

12- Berlin, ville-État

13- Brandebourg (*Brandenburg*)

14- Saxe (*Sachsen*)

Sud:

15- Bavière (*Bayern*)

16- Bade-Wurtemberg (*Baden-Württemberg*)



1. Construire un graphe dont les sommets sont les états et les arêtes indiquent les frontières communes.

2. Déterminer les degrés des sommets. Trouver un encadrement du nombre chromatique du graphe.

3. Proposer un coloriage de la carte tel que deux états ayant des frontières communes n'aient pas la même couleur, avec le minimum de couleurs.