

EXERCICE 1 (4 points)

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 7 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 3 \\ -2 & 10 & 5 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la matrice $2A + 3B$.
2. Trouver la matrice X vérifiant $2X + A = B$.

EXERCICE 2 (8 points)

On considère les matrices $C = \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$ et $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, où a et b sont des nombres réels.

1. Écrire la matrice $C \times D$, puis la matrice $D \times C$.
2. Calculer la matrice D^2 .
3. Calculer la matrice C^2 .
4. Que doivent vérifier les nombres a et b pour que C soit la matrice identité d'ordre 3 ?

EXERCICE 3 (4 points)

Parmi les 7000 habitants du quartier nord d'une ville, 30 % prennent régulièrement le bus ou le tram, 40 % se déplacent en voiture et les autres se déplacent à pied ou à vélo.

Parmi les 9000 habitants du quartier sud de la même ville, 55 % prennent régulièrement le bus ou le tram, 30 % se déplacent en voiture et les autres se déplacent à pied ou à vélo.

On considère la matrice ligne $A = (7000 \quad 9000)$.

1. Écrire une matrice P de dimensions 2×3 qui permet par le calcul de $A \times P$ de déterminer le nombre d'habitants de la ville qui prennent régulièrement le bus ou le tram, qui se déplacent en voiture et qui se déplacent à pied ou à vélo.
2. Calculer $A \times P$ et conclure.

EXERCICE 4 (4 points)

Dans les villes A et B, les chaînes de salles de cinéma Gamma et Oméga diffusent trois films, notés F_1 , F_2 , F_3 .

Les tableaux ci-contre donnent le nombre d'entrées, un soir.

	Ville A			Ville B	
	Gamma	Oméga		Gamma	Oméga
F_1	120	100	F_1	110	120
F_2	80	60	F_2	70	40
F_3	100	80	F_3	80	80

On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 120 & 100 \\ 80 & 60 \\ 100 & 80 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 110 & 120 \\ 70 & 40 \\ 80 & 80 \end{pmatrix}$.

1. Calculer $S = A + B$ et interpréter ses termes.
2. Après une campagne publicitaire, chaque cinéma constate une augmentation de 15 % de la fréquentation pour chacun des trois films dans la ville A, et une augmentation de 10 % dans la ville B, un autre soir. Écrire un calcul avec les matrices A et B permettant de déterminer la matrice C donnant le nombre d'entrées pour chaque film et chaque chaîne de salles de cinéma.
3. Effectuer ce calcul.

BONUS : Trouver une matrice colonne D telle que $C \times D$ donne le nombre d'entrées au total pour chaque film. Trouver une matrice ligne E telle que $E \times C$ donne le nombre d'entrées au total pour chaque chaîne.