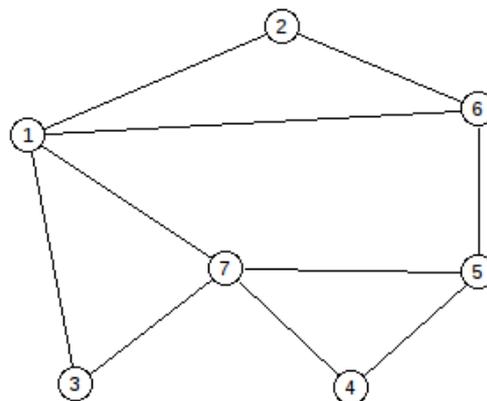


EXERCICE 1 (9 points)

On considère le graphe ci-contre.



1. Donner l'ordre du graphe, les degrés de chaque sommet.
2. En déduire le nombre d'arêtes du graphe en justifiant la réponse.
3. Le graphe est-il connexe ? Justifier la réponse.
4. Le graphe est-il complet ? Justifier la réponse.
5. Existe-t-il une chaîne de longueur 5 reliant le sommet (1) au sommet (5) ? Si oui, donner une telle chaîne.
6. Donner la matrice d'adjacence M du graphe. Quelle est la particularité de cette matrice ?
7. A l'aide de la calculatrice, calculer M^6 .
8. En déduire le nombre de chaînes de longueur 6 reliant le sommet (1) au sommet (7).
9. Tous les sommets de ce graphe peuvent-ils être relié par une chaîne de longueur 6 ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2 (3 points)

1. Est-il possible de relier 15 ordinateurs de sorte que chaque appareil soit relié avec exactement trois autres ? Justifier la réponse.
2. Et relié avec exactement quatre autres ? Justifier la réponse.

EXERCICE 3 (6 points)

Dans une ville, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier certains lieux ouverts au public, à savoir la mairie (M), le centre commercial (C), la bibliothèque (B), la piscine (P) et le lycée (L).

Le tableau ci-contre donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		✓		✓	✓
C	✓		✓		
L		✓		✓	
M	✓		✓		✓
P	✓			✓	

1. Dessiner un graphe représentant la situation.
2. Existe-t-il un trajet empruntant une et une seule fois toutes les rues de ce plan ? Justifier la réponse. Si oui, trouver un tel trajet.
3. Existe-t-il un trajet partant et arrivant du même lieu et empruntant une et une seule fois toutes les rues ? Justifier la réponse.
4. Donner la matrice M associée au graphe (les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).
5. Existe-t-il des chaînes de longueur 3 joignant deux sommets quelconques du graphe ? Justifier la réponse.

EXERCICE 4 (2 points)

Quatre couples se rencontrent dans une réunion. Les huit personnes présentes se serrent la main de la façon suivante : chaque personne serre la main à chacun des conjoints des trois autres couples, et ne serrent pas la main de son conjoint.

Combien y a-t-il de poignées de mains ?