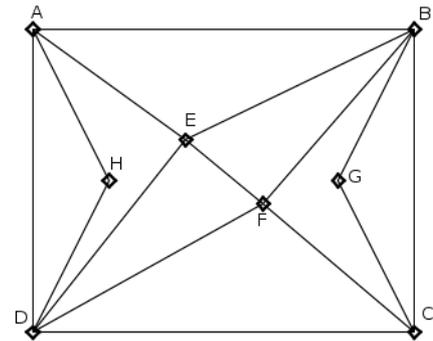


EXERCICE 1 (8 points)

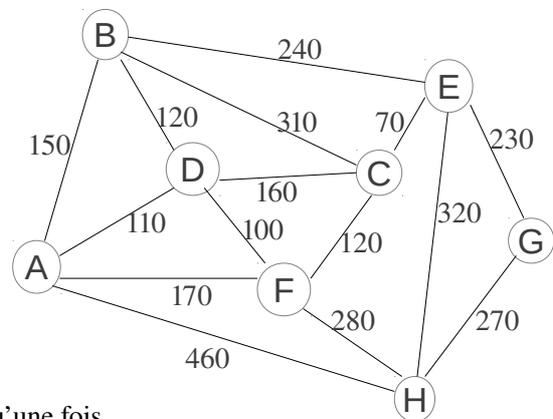
On considère le graphe Γ suivant :

1. Le graphe Γ est-il complet ? Expliquer la réponse.
 2. Le graphe Γ est-il connexe ? Expliquer la réponse.
 3. Le graphe Γ admet-il des chaînes eulériennes ? Si oui, en préciser une.
 4. Justifier la non-existence d'un cycle eulérien pour le graphe Γ .
- Quelle arête peut-on alors ajouter à ce graphe pour obtenir un graphe contenant un cycle eulérien ?
5. Déterminer un encadrement du nombre chromatique du graphe Γ . Justifier la réponse.
 6. Déterminer alors ce nombre chromatique, en explicitant clairement la démarche.
 7. Déterminer alors une coloration du graphe.
 8. Déterminer la matrice M associée à ce graphe Γ (les sommets sont pris dans l'ordre alphabétique).
 9. Déterminer le nombre de chaînes de longueur 3 partant du sommet A et aboutissant au sommet C. Citer alors toutes ces chaînes.



EXERCICE 2 (6 points)

Le graphe Γ suivant représente le plan d'un parcours de santé. Le sommet A représente son accès. Les sommets B, C, D, E, F, G et H désignent les différentes activités de ce parcours. Une arête représente l'allée reliant deux activités et est pondérée par la distance de parcours, exprimée en mètres, entre ces deux activités.

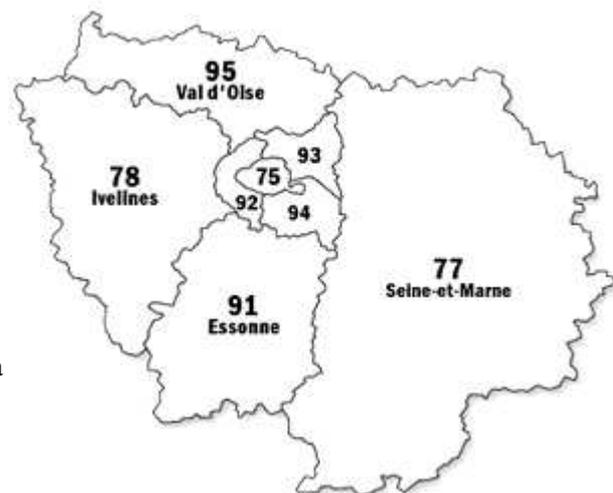


1. Pour nettoyer les allées du parcours, les services techniques utilisent une balayeuse automobile.
 - a) Est-il possible que cette balayeuse n'emprunte chaque allée qu'une fois et une seule ? Si oui, proposer un tel chemin, sinon justifier votre réponse.
 - b) La balayeuse pourra-t-elle revenir à son point de départ ? Justifier la réponse.
2. Les services de secours basés au point A doivent intervenir à l'activité G. Déterminer, à l'aide d'un algorithme, l'itinéraire le plus court.

EXERCICE 3 (4 points)

La carte ci-contre représente la région Île de France et ses huit départements.

1. Construire un graphe dont les sommets sont les départements et les arêtes indiquent les frontières communes.
2. Déterminer les degrés des sommets.
3. Trouver un encadrement du nombre chromatique du graphe. Justifier la réponse.
4. Proposer un coloriage de la carte tel que deux départements ayant des frontières communes n'aient pas la même couleur, avec le minimum de couleurs. Préciser ce nombre de couleurs.



EXERCICE 4 (2 points)

Construire un graphe simple non connexe n'ayant pas de sommet isolé, d'ordre 7 et dont la somme des degrés est égale à 16.