

**EXERCICE 1**

Une urne contient 8 boules rouges et deux boules noires indiscernables au toucher.

On effectue au hasard un tirage sans remise de deux boules de l'urne.

On note  $A_0$  l'événement « on n'a obtenu aucune boule noire »;  $A_1$  l'événement « on a obtenu une seule boule noire »;

$A_2$  l'événement « on a obtenu deux boules noires ».

1. Calculer les probabilités de  $A_0$ ,  $A_1$ ,  $A_2$ .

2. Après ce premier tirage, il reste donc 8 boules dans l'urne.

On effectue à nouveau au hasard un tirage sans remise de deux boules de l'urne.

On note  $B_0$  l'événement « on n'a obtenu aucune boule noire »;  $B_1$  l'événement « on a obtenu une seule boule noire »;

$B_2$  l'événement « on a obtenu deux boules noires ».

a) Calculer les probabilités conditionnelles  $p_{A_0}(B_0)$ ,  $p_{A_1}(B_0)$  et  $p_{A_2}(B_0)$ .

b) En déduire  $p(B_0)$ .

c) Calculer  $p(B_1)$  et  $p(B_2)$ .

d) On a obtenu une seule boule noire lors de ce second tirage. Calculer la probabilité d'avoir obtenu une seule boule noire au premier tirage.

3. On considère l'événement R: « il a fallu exactement les deux tirages pour que les deux boules noires soient extraites de l'urne ». Calculer  $p(R)$ .

**EXERCICE 2**

Une urne contient 20 boules, 10 blanches et 10 noires indiscernables au toucher, portant des numéros tous différents.

On effectue au hasard un tirage sans remise de 10 boules de l'urne.

1. a) Combien de tirages différents peut-on réaliser ?

b) Soit  $k$  un entier compris entre 0 et 10; combien de tirages comportant exactement  $k$  boules noires existe-t-il ?

c) En déduire l'égalité : 
$$\sum_{k=0}^{k=10} \binom{10}{k}^2 = \binom{20}{10}.$$

2. Une urne contient  $2n$  boules,  $n$  blanches et  $n$  noires indiscernables au toucher, numérotées de 1 à  $2n$ .

En utilisant la démarche de la question 1, donner une expression simple de 
$$\sum_{k=0}^{k=n} \binom{n}{k}^2.$$