EXERCICE 1 **(4 points)**

Dans une région ostréicole, on s'intéresse à la production d'huîtres. Une partie de la production est conditionnée par calibre, en bourriche étiquetées : P ((petite), M (moyenne) et G (grande). La probabilité d'erreur lors d'un tri est estimée en fonction de la catégorie et donnée dans le tableau ci-contre :

Catégorie	P	M	G
Probabilité d'erreur	0,035	0,06	0,045

Par ailleurs , la proportion d'huîtres de chaque catégorie est :
pour les petites 13 % ; pour les moyennes 54 % ; pour les grandes 33 %.

a) Dessiner l'arbre de probabilités correspondants.

b) On appelle E l'événement : « une huître a été mal triée ». Calculer la probabilité de E.

c) Quelle est la probabilité qu'une huître soit moyenne sachant qu'elle a été mal triée ?

EXERCICE 2 **(6 points)**

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = \ln(e^x + x) - x$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1. Étudier les variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$.

2. Montrer que $f(x)$ peut s'écrire $\ln(1 + \dfrac{x}{e^x})$. En déduire la limite de f en $+\infty$.

2. Préciser les équations des éventuelles asymptotes à C.

3. Soit m un nombre réel.
Discuter suivant les valeurs de m, le nombre de solutions de l'équation $f(x) = m$.

EXERCICE 3 **(10 points)**

Les questions 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.

On considère la fonction f définie sur $]-1; 1[$ par $f(x) = \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right)$ et C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

1. Étudier la parité de la fonction f. Que peut-on en déduire pour la courbe C ?

2. Étudier les variations de la fonction f sur $]-1; 1[$.

3. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

4. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n \geqslant 2$, par $u_n = f(\dfrac{1}{n})$.

a) Montrer que u_n peut s'écrire $\ln(n-1) - \ln(n+1)$.

b) Étudier les variations de la suite (u_n).

c) Déterminer la limite de la suite (u_n).

5. On considère la fonction F définie sur $]-1; 1[$ par $F(x) = (x-1)\ln(1-x) - (x+1)\ln(x+1)$.

a) Montrer que la fonction F est une primitive de la fonction f.

b) Déterminer alors la valeur exacte de $I = \displaystyle\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{3}{4}} f(x)\,dx$.

c) Montrer que $I = \dfrac{1}{4}\ln\left(\dfrac{84375}{823543}\right)$.