DEVOIR MAISON n° 1 TERMINALE S *Septembre 2007*

EXERCICE 1

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

1. Étudier la parité de la fonction f.
2. a) Déterminer les limites de la fonction aux bornes de son ensemble de définition.
b) Que peut-on en déduire pour la courbe C représentative de la fonction f ?
3. Étudier les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4. Montrer que pour tout réel x, $0 < f'(x) \leqslant 1$.
5. Déterminer une équation de la tangente T à C de coefficient directeur 1.
6. Déterminer une fonction g polynôme du second degré donc la courbe C' admet pour tangente la droite T.

EXERCICE 2

Dans un repère orthonormé (O; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on considère les courbes $\mathscr{H}$ et $\mathscr{P}$ représentatives des fonctions respectivement inverse et carrée.
Le but de l'exercice est de trouver les tangentes communes aux deux courbes.
Soit A un point de $\mathscr{H}$ d'abscisse a et B un point de $\mathscr{P}$ d'abscisse b.

1. On suppose que la droite (AB) est une tangente commune à $\mathscr{H}$ et $\mathscr{P}$.

a) Montrer que $2b = \dfrac{-1}{a^2}$.

b) Démontrer que la droite (AB) a pour équation $y = 2bx - b^2$.

c) En déduire que $\dfrac{1}{a} = 2ab - b^2$.

d) Déterminer les réels a et b.

2. Démontrer qu'il existe une unique droite tangente aux deux courbes $\mathscr{H}$ et $\mathscr{P}$.

3. Avec GeoGebra :
Tracer les courbes $\mathscr{H}$ et $\mathscr{P}$: dans la fenêtre de saisie, tapez $y = x$^2 ENTREE, puis $y = 1/x$ ENTREE.
Placer un point sur une des courbe, tracer la tangente à cette courbe en ce point, puis déplacer le point jusqu'à trouver la droite tangente aux deux courbes.
Imprimer la page et la rendre avec le devoir.