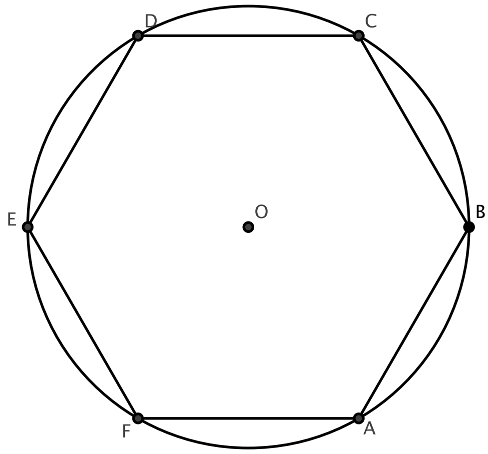
DEVOIR SURVEILLE N° 7 **TERMINALE S 4** ***Samedi 24 mai 2008***

EXERCICE 1 **7 points**

Une urne contient six jetons portant les lettres A, B, C, D, E, F. Ces six lettres sont aussi les sommets d'un hexagone régulier (inscriptible dans un cercle) dessin ci-contre.



1. On tire au hasard de l'urne un paquet de trois jetons.

a) Préciser l'ensemble Ω des issues de cette expérience aléatoire.

b) Calculer card Ω.

2. A chaque tirage correspond un triangle (T) ayant comme sommets les sommets de l'hexagone écrits sur les jetons tirés.

a) Montrer que la probabilité de l'événement R: " (T) est rectangle " est égale à $\frac{3}{5}$.

b) Déterminer la probabilité des évènements suivants:

L: " (T) est équilatéral ";

I: " (T) est isocèle et non équilatéral ";

Q: " (T) est quelconque, c'est-à-dire d'aucun des types précédents ".

3. On réitère dix fois cette expérience de tirer trois jetons de l'urne, en remettant les jetons dans l'urne après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement trois triangles rectangles ?

EXERCICE 2 **6 points**

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$) , on considère les points :

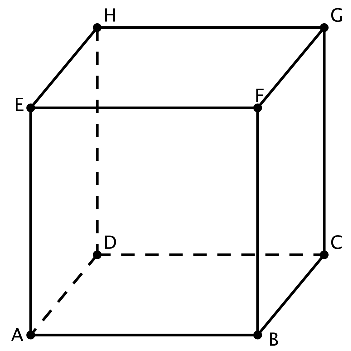
A(3 ; 1 ; –5), B(0 ; 4 ; –5), C(–1 ; 2 ; –5) et D(2 ; 3 ; 4).

Pour chacune des six affirmations ci-dessous, préciser si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée. Le candidat doit indiquer sur sa copie le numéro de la question et la mention « VRAI » ou « FAUX ». On attribue 1 point par réponse correcte et on retranche 0,5 point par réponse incorrect.

L'absence de réponse n'est pas pénalisée. Un éventuel total négatif est ramené à 0.

1. Les points A, B et D sont alignés.
2. La droite (AB) est contenue dans le plan d'équation cartésienne : $x + y = 4$.
3. Une équation cartésienne du plan (BCD) est : $18x - 9y - 5z + 11 = 0$.
4. Les points A, B, C et D sont coplanaires.
5. La sphère de centre A et de rayon 9 est tangente au plan (BCD).
6. Une représentation paramétrique de la droite (BD) est : $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = \frac{7}{2} + k \\ z = \frac{-1}{2} - 9k \end{cases}$, $k \in \mathbb{R}$.

EXERCICE 3 **7 points**



Dans un cube ABCDEFGH, on désigne par I et J les milieux respectifs des segments [AB] et [GH]. K désigne le centre de la face BCGF. Les calculs seront effectués dans le repère orthonormal $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}\ ,\ \overrightarrow{AD}\ ,\ \overrightarrow{AE}\ )$.

1. a. Démontrer que le quadrilatère DIFJ est un parallélogramme.
Établir que DIFJ est en fait un losange et montrer que l'aire de ce losange est égale à $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

b. Vérifier que le vecteur $\vec{n}$ (2; 1; – 1) est un vecteur normal au plan (DIJ).
En déduire une équation cartésienne de ce plan.

c. Déterminer la distance du point E au plan (DIJ), puis calculer le volume de la pyramide EDIFJ. On rappelle que le volume V d'une pyramide de hauteur h et de base correspondante B est donné par la formule suivante :
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$.

2. Soit (Δ) la droite passant par E et orthogonale au plan (DIJ).

a. Donner une représentation paramétrique de (Δ) et prouver que K est un point de (Δ).

b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection L de (Δ) et du plan (DIJ).

c. Vérifier que L est le centre de gravité du triangle BEG.

3. Soit (S) l'ensemble des points de l'espace dont les coordonnées vérifient l'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - y - z + \frac{4}{3} = 0$.

a. Vérifier que (S) est une sphère dont on précisera le centre et le rayon.

b. Montrer que L est un point de (S). Quelle propriété géométrique relative à (S) et au plan (DIJ) peut-on déduire de ce dernier résultat ?