Devoir maison n° 6 Terminale S spécialité Février 2008

Exercice 1

Dans le plan rapporté au repère orthonormé direct (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère les points A_0 et A_1 d'affixes respectives 4 et $2 + 2i$.

1. Montrer que A_1 est l'image de A_0 dans une similitude directe s de centre O dont on précisera les éléments caractéristiques.
2. Donner l'écriture complexe de s.
3. Soit $A_2 = s(A_1)$. Déterminer l'affixe de A_2 .
4. Pour tout entier naturel n, on note $A_{n+1} = s(A_n)$.

a) Montrer que si $n \equiv 2\ (4)$, alors A_n est sur l'axe des ordonnées.
b) Calculer la longueur l_n de la ligne polygonale $A_0A_1A_2 \ldots A_n$.
c) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} l_n$.

Exercice 2

Trois points A, B et C sont alignés dans cet ordre et AB = 6, BC = 4. (C) est le cercle de diamètre [AC] et (d) est la médiatrice de [BC] qui coupe (C) en M et M' tels que $(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MC}) = \dfrac{\pi}{2}$. La droite (M'B) coupe (MA) en N. La droite (d) coupe (AB) en H. On note s la similitude directe de centre N telle que s(M) = B.

1. Déterminer le rapport et l'angle de la similitude s.
2. Quelle est l'image de (d) par s ?
3. Quelle est l'image de (M'N) par s ?
4. En déduire que s(M') = A.
5. Quelle est l'image de H par s ?
6. En déduire que la droite (NH) est tangente au cercle de diamètre [AB].

Exercice 3

Le plan est rapporté au repère orthonormé direct (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$). On désigne par s l'application qui à tout point M de coordonnées $(x; y)$ du plan associe le point M' de coordonnées $(x'; y')$ tel que $\begin{cases} x' = -x - y + 2 \\ y' = x - y - 1 \end{cases}$.

1. Déterminer l'affixe z' de M' en fonction de l'affixe z de M.
2. a) Démontrer que s est une similitude plane directe.

b) Préciser son angle, son rapport et son centre I.

3. Soit g l'application qui à tout point M du plan associe l'isobarycentre G des points M, M' et M'' = s(M').

a) Calculer en fonction de z les affixes des points M'' et G.
b) Démontrer que g est une similitude plane directe. Quel est son centre ?

4. Déterminer l'affixe du point M_0 tel que $g(M_0)$ = O (origine du repère).
5. Construire les points M_0 , $M'_0 = s(M_0)$, $M''_0 = s(M'_0)$, I.